УДК 621.9.048.6

В.П. МІСЯЦЬ, Т.І. КУЛІК
Київський національний університет технологій та дизайну
О.С. ПОЛІЩУК, С.П. ЛІСЕВИЧ
Хмельницький національний університет

АНАЛІТИЧНІ ДОСЛІДЖЕННЯ РОБОТИ ШНЕКОВОГО ПРИСТРОЮ ДЛЯ ПРЕСУВАННЯ КАВИ

Метою дослідження є вивчення процесу і основних закономірностей шнекових пресів і можливості їх ефективного використання для пресування порошку кави в автоматичних кавових машинах. Методологічною і теоретичною основою дослідження служать основні положення теорії переробки сипких середовищ, інтегральне і диференціальне числення.

***Ключові слова**: автоматична кавова машина, мелена кава, шнековий прес, математична модель, раціональні параметри.*

V.P. MISYATS, T.I. KULIK
Kyiv National University of Technologies and Design
S.P. LISEVYCH, O.S. POLISCHUK
Khmelnytskiy National University

ANALYTICAL STUDY OF THE WORKING OF THE MECHANICAL APPLIANCE FOR CAVE PRESERVATION

The purpose of the study is to study the process and the basic laws of screw presses and the possibility of their effective use for pressing powder coffee in automatic coffee machines. The methodological and theoretical basis of the study are the main provisions of the main provisions of the theory of processing of friable media, integral and differential calculus. The mathematical analysis of the motion process and the condensation of powder material in the screw conduit of the screw press is carried out. Formulas for determining the pressure produced by the press, volume productivity and power consumption are obtained. For the first time the theoretical justification of the choice of rational structural parameters of the screw, providing maximum pressure at the output of the device. The dependence of the screw device performance on the transport angle is obtained. The pressure and discharge characteristics of the device are established. It is established that the maximum value of pressure almost does not depend on the depth of the screw holes. The results of the study can be used to improve the design of machines for the automatic preparation of coffee beverages.

Key words: automatic coffee machine, ground coffee, screw press, mathematical model, rational parameters.

Вступ

Шнекові преси давно відомі в різних галузях промисловості і побутових машинах.

Процес пресування відбувається при переміщенні матеріалу в каналі шнеку, при його обертанні в циліндричному каналі циліндру. Ефективність процесу створення тиску на виході з пресу і його продуктивність залежать від наступних чинників: співвідношення геометричних розмірів шнека; кута гвинтової нарізки шнека; коефіцієнтів тертя матеріалу по поверхням шнеку і циліндра; кута внутрішнього тертя матеріалу і його в'язкості; швидкості обертання шнеку.

Постановка проблеми

Для визначення раціональних значень параметрів шнекового пристрою для пресування кави необхідно розробити його математичну модель і провести її аналіз. Об'єктом дослідження є процеси ефективного пресування порошку кави в формах з метою наступного ефективного заварювання напою. Предметом дослідження є шнекові преси для пресування порошкових матеріалів. Метою дослідження є вивчення можливості ефективного використання шнекових пресів для пресування порошку кави в автоматичних кавових машинах.

Виклад основного матеріалу

Основні геометричні параметри шнекового пресу показані на рис. 1.

Складемо рівняння балансу сил, діючих на матеріал при його пресуванні. Взаємний рух циліндра, матеріалу і шнека розглядатимемо в оберненому русі на розгортці каналу на площину (рис. 2).

Циліндр рухається щодо нерухомого каналу з окружною швидкістю V . Матеріал рухається вдовж по каналу з швидкістю V_M . Вектор відносної швидкості ковзання циліндра за матеріалом $V_{Ц/M}$ направлений під кутом а α подовжньої осі каналу Z .

У матеріалі, що ущільнюється, розвивається тиск, що зростає у напрямі його руху. Під дією цього тиску на поверхнях матеріалу виникають сили тертя.

Складемо рівняння балансу сил, що діють на виділений елемент матеріалу розмірами B , H і dz у напрямі осі z (рис. 2). Приймемо наступні початкові положення:

- дотичні напруження на поверхнях тертя пропорційні коефіцієнту тертя f і нормальній напрузі на цих поверхнях;
- напрями дотичних напружень на поверхнях співпадають з напрямом відповідних швидкостей ковзання;
- нормальне напруження, що розвивається у напрямі відносних зсувів частинок матеріалу при його ущільненні (в даному випадку напруження σ_{zz} уздовж каналу), більше напружень σ_{xx} і σ_{yy} в двох інших взаємно перпендикулярних напрямах і пов'язане з ними коефіцієнтом бічного тиску k :

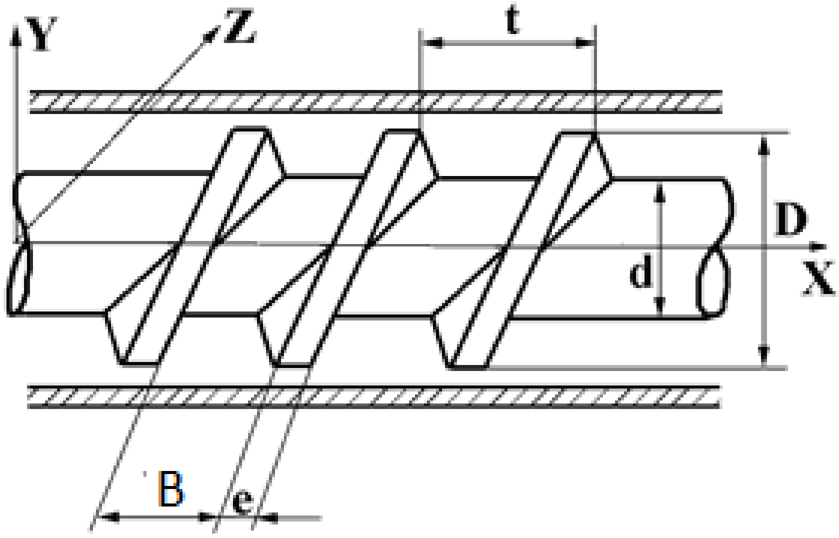

Рис. 1. Основні геометричні параметри шнека: D - діаметр циліндра; d - діаметр осердя шнека; B - ширина каналу шнека; t - крок гвинтової лінії; e - товщина витків шнека

$$\sigma_{xx} = k \cdot \sigma_{zz} \; ; \; \sigma_{yy} = k \cdot \sigma_{zz} \; ; \tag{1}$$

- змінення всіх напружень у напрямі x практично відсутні, проте в напрямі y внаслідок кривизни каналу їх розподіл неоднорідний, так що напруження на нижній і верхній поверхнях виділеного елементу істотно різні.

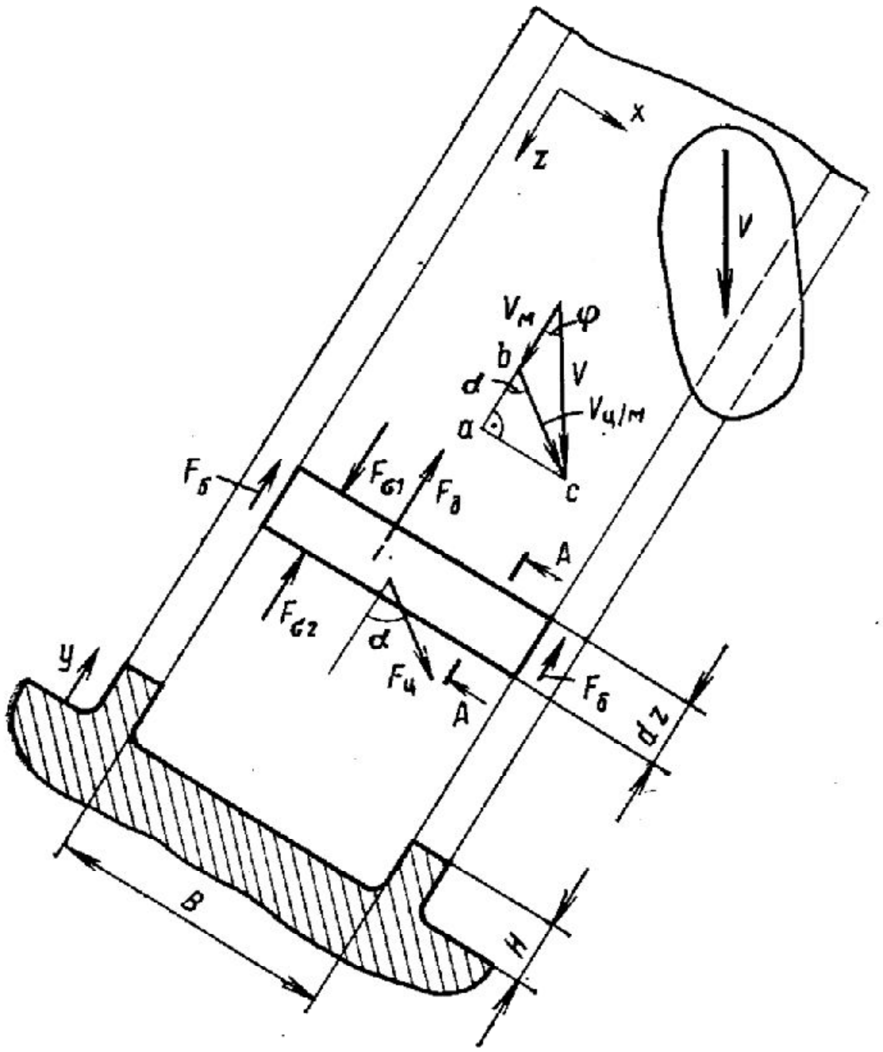

Рис.2. Схема дії сил на матеріал в зоні живлення

Рівняння проекцій сил, що діють на елемент у напрямі z, має вигляд:

$$F_{\sigma 1}+F_{Ц}\cdot\cos\alpha-F_{\sigma 2}-F_{Д}-2F_{Б}=0 \qquad (2)$$

де $F_{\sigma 1}$ і $F_{\sigma 2}$ – сили від нормальних напружень σ_{zz} що діють в поперечних перетинах каналу; $F_{Ц}$ – сила тертя циліндра об матеріал; $F_{Д}$ і $F_{Б}$ – сили тертя дна і бічних поверхонь каналу об матеріал відповідно.

Ці сили мають наступні вирази:

$$F_{\sigma 1}=\tilde{\sigma}_{zz}\cdot B\cdot H\ ;\ F_{\sigma 2}=\left(\tilde{\sigma}_{zz}+d\tilde{\sigma}_{zz}\right)\cdot B\cdot H\ ;\ F_{Ц}=\sigma_{yy(y=0)}\cdot f\cdot B\cdot dz \qquad (3)$$

$$F_{Д}=\sigma_{yy(y=H)}\cdot f\cdot B\cdot\left(\frac{R_C}{R}\right)dz\ ;\ F_{Б}=\tilde{\sigma}_{xx}\cdot f\cdot H\cdot 0,5\left(1+\frac{R_C}{R}\right)dz \qquad (4)$$

Внаслідок відміченої неоднорідності напружень в напрямі y у вирази для $F_{\sigma 1}$, $F_{\sigma 2}$ і $F_{Б}$ входять середньоінтегральні за висотою каналу значення σ_{zz} і σ_{xx}:

$$\tilde{\sigma}_{zz}=\frac{1}{H}\int_0^H\sigma_{zz}\left(y\right)\cdot dy\ ;\ \tilde{\sigma}_{xx}=\frac{1}{H}\int_0^H\sigma_{xx}\left(y\right)\cdot dy \qquad (5)$$

Співмножники $\frac{R_C}{R}$ і $0,5\left(1+\frac{R_C}{R}\right)$ у виразах для $F_{Д}$ і $F_{Б}$ враховують нерівність площ нижньої і верхньої поверхонь елементу внаслідок кривизни каналу. Тут R і R_C радіуси гребеня і осердя шнека відповідно.

Виражаючи σ_{xx} і σ_{yy} відповідно до (1), вводячи (3) в (2) і ділячи кожен доданок на добуток $B\cdot H\cdot dz$ отримуємо наступний вираз балансу сил:

$$-\frac{d\tilde{\sigma}_{zz}}{dz}+\frac{f\cdot k}{H}\left[\sigma_{zz(y=0)}\cdot cos\alpha-\sigma_{zz(y=H)}\cdot\frac{R_C}{R}-\sigma_{zz}\frac{H}{B}\cdot\left(1+\frac{R_C}{R}\right)\right]=0\,. \qquad (6)$$

Взаємозв'язок між $\tilde{\sigma}_{zz}$, $\sigma_{zz(y=H)}$ і $\sigma_{zz(y=0)}$ встановимо, розглянувши силову рівновагу елементу матеріалу Б (рис. 3), виділеного з каналу так, як це показано в перетині А-А (рис. 2). Сам перетин А-А показаний на рис. 3. З метою простоти міркувань введемо кутову координату θ і радіальну r, пам'ятаючи, що напрями θ і z при малих значеннях кута φ практично співпадають, а напрями y і r протилежні.

На рис. 3 показані тільки ті діючі на елемент напруження, проекції яких на вісь r (або y) не рівні нулю. Сума проекцій сил, що діють на елемент, на напрям r рівна:

$$\sigma_{yy}rd\theta-\left(\sigma_{yy}+d\sigma_{yy}\right)\left(r+dr\right)d\theta+\left(2\sigma_{zz}+d\sigma_{zz}\right)dr\cdot tg\left(\frac{d\theta}{2}\right)=0\,. \qquad (7)$$

У цьому виразі через малість кута $d\theta$ правомірно наступне наближення:

$$tg\left(\frac{d\theta}{2}\right)\approx 0,5d\theta\,. \qquad (8)$$

Ввівши в (7) співвідношення між σ_{yy} і σ_{zz} згідно (1), .розкривши дужки і відкинувши доданки малого в порівнянні з іншими порядку, отримуємо після ділення кожного доданку на $r\cdot dr\cdot d\theta$ наступне рівняння:

$$\sigma_{zz}\left(1-k\right)\frac{1}{r}-k\frac{d\sigma_{zz}}{dr}=0\,. \qquad (9)$$

Розділяючи в ньому змінні σ_{zz} і r і вирішуючи його за граничних умов:

$$\sigma_{zz(r=R)}=\sigma_{zz(y=0)}\ ;\ \sigma_{zz(r=r)}=\sigma_{zz(r)}\,, \qquad (10)$$

отримуємо вираз для розподілу σ_{zz} по висоті каналу:

$$\sigma_{zz(r)}=\sigma_{zz(y=0)}\left(\frac{r}{R}\right)^{\left(\frac{1}{k}-1\right)}. \qquad (11)$$

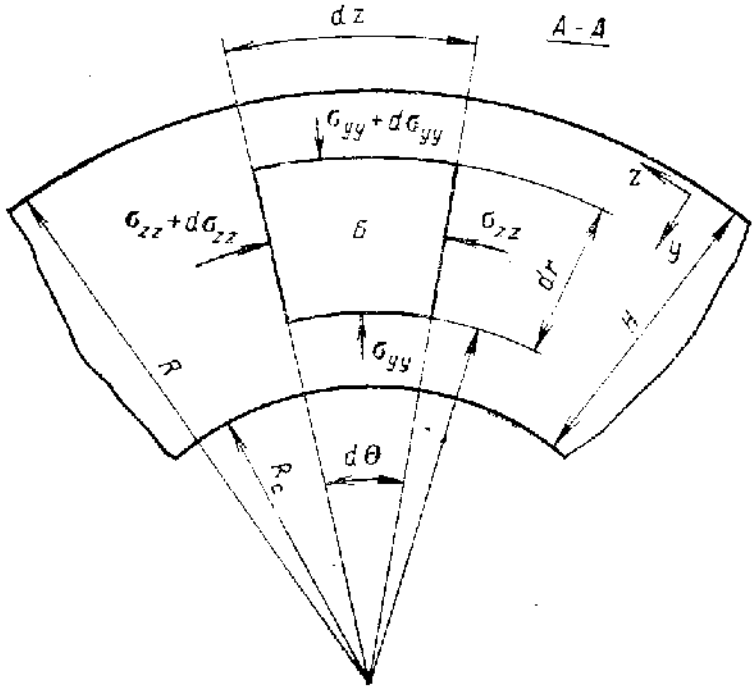

Рис. 3. Вид перетину А-А

Відповідно до визначення вираз для середньоінтегральної в перетині величини $\tilde{\sigma}_{zz}$ має вигляд:

$$\tilde{\sigma}_{zz} = \frac{1}{R - R_C} \int_{R_C}^{R} \sigma_{zz}(r)\, dr \,. \qquad (12)$$

Вводячи (11) в (12), отримуємо шуканий взаємозв'язок між $\sigma_{zz(y=0)}$ і $\tilde{\sigma}_{zz}$:

$$\sigma_{zz(y=H)} = \tilde{\sigma}_{zz} \frac{1 - \bar{R}_C}{k} \left(1 - \bar{R}_C^{\frac{1}{k}} \right)^{-1}, \qquad (13)$$

де $\bar{R}_C = R_C / R$.

Подібний же вираз для $\sigma_{zz(y=H)}$ отримуємо, ввівши (12) у (13) і поклавши в нім $r = R_C$:

$$\sigma_{zz(y=H)} = \tilde{\sigma}_{zz} \frac{1 - \bar{R}_C}{k} \left(1 - \bar{R}_C^{\frac{1}{k}} \right)^{-1} \bar{R}_C^{\left(\frac{1}{k} - 1\right)} \qquad (14)$$

Замінюючи в (6) величини $\sigma_{zz(y=0)}$ і $\sigma_{zz(y=H)}$ їх виразами (13) і (14), отримуємо диференціальне рівняння, що описує розподіл σ_{yy} по довжині каналу Z :

$$\frac{f \cdot F_\alpha}{H} \tilde{\sigma}_{zz} = \frac{d\tilde{\sigma}_{zz}}{dz} \,, \qquad (15)$$

де

$$F_\alpha = \frac{1 - \bar{R}_C}{1 - \bar{R}_C^{1/k}} \cos\alpha - \frac{1 - \bar{R}_C}{1 - \bar{R}_C^{1/k}} \bar{R}_C^{1/k} - k \frac{H}{B} \left(1 + \bar{R}_C \right). \qquad (16)$$

Інтегрування (15) за умови $\tilde{\sigma}_{zz(z=0)} = \sigma_0$ дає функцію $\tilde{\sigma}_{zz}(z)$:

$$\tilde{\sigma}_{zz}(z) = \sigma_0 \cdot exp\left(\frac{f \cdot F_\alpha \cdot z}{H} \right) \qquad (17)$$

Величину σ_0 на вході в зону живлення можна приймати рівною вазі стовпа матеріалу заввишки h одиничної площі:

$$\sigma_0 = \rho \cdot g \cdot h \,, \qquad (18)$$

де ρ – густина матеріалу в бункері циліндра; g – прискорення вільного падіння.

Якщо відома величина $\sigma_к$, яка рівна тиску на виході з пресу, то з (16) отримуємо вираз для визначення параметра F_α :

$$F_\alpha = \left(\ln \frac{\sigma_к}{\sigma_0} \right) \frac{H}{Z \cdot f} \,, \qquad (19)$$

де $Z = \dfrac{L}{\sin\varphi}$ (тут L – довжина пристрою, зміряна вздовж осі шнека).

Параметр F_α як видно з (16), пов’язаний з кутом транспортування α, що визначає продуктивність пристрою.

Продуктивність пристрою

Формула для об’ємної продуктивності Q має вигляд:

$$Q = V_M \cdot B \cdot H\ . \tag{20}$$

Взаємозв’язок між V_M і кутом транспортування α визначена наступним тригонометричним співвідношенням для трикутника *abc* векторної діаграми на рис. 2:

$$ctg\alpha = \frac{ab}{bc};\quad ab = V\cos\varphi - V_M\ ;\ bc = V\sin\varphi \tag{21}$$

Вирішуючи (21) відносно V_M і вводячи його в (20), отримуємо:

$$Q = B \cdot H \cdot V\left(\cos\varphi - \sin\varphi \cdot ctg\alpha\right). \tag{22}$$

Таким чином, продуктивність знижується із зменшенням кута транспортування α, стаючи рівною нулю при $\alpha = \varphi$, що також зрозуміло з векторної діаграми на рис. 2.

Кут транспортування α може бути обчислений за формулами (16) і (17), якщо відомі величини σ_0 і $\sigma_к$. Може бути вирішена і зворотна задача: визначення тиску, який розвинеться на виході із зони живлення, якщо відома продуктивність Q. Таким чином, формули (16), (17) і (22) визначають напірно-розходову характеристику пристрою.

Інтегрування рівняння (16), в результаті якого отриманий вираз (17), виконано за умови незалежності α від z. Реально ж ця залежність існує. Підлягаючи все більшому тиску при русі в каналі, мелена кава ущільнюється і зменшується в об’ємі. Масова витрата G в будь-якому перетині каналу постійна:

$$G = \rho \cdot V_M \cdot B \cdot H\sqrt{b^2 - 4ac} \tag{23}$$

Тому якщо густина ρ зростає у напрямі z, то швидкість руху V_M і, отже, α повинні зменшуватися в цьому напрямі.

Точне рішення задачі про силовий баланс для матеріалу, що стискається, достатньо складне. Наближений розрахунок в цьому випадку можливий, якщо обчислене по (16), (21) значення α перед введенням його в (22) коректується по графіку, приведеному на рис. 4.

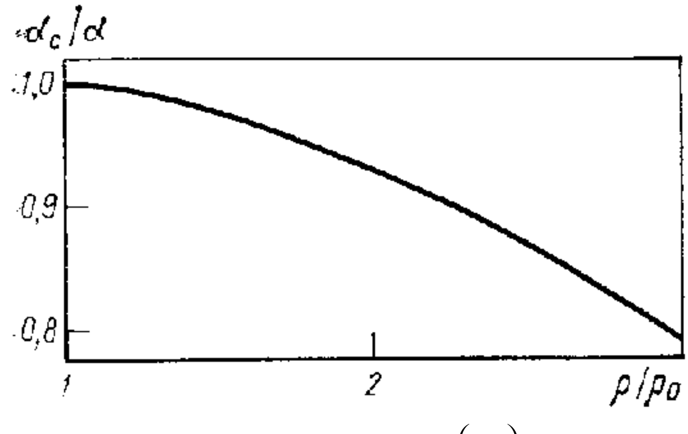

Рис. 4. Вид функції $\dfrac{\alpha_C}{\alpha} = f\left(\dfrac{\rho}{\rho_0}\right)$

На цьому графіку приведена залежність відношення кутів транспортування в кінці зони живлення для стискуваного α_C і не стискуваного α матеріалів від відношення густини на виході із пристрою ρ і на вході в неї ρ_0 для шнеку з кутом нарізки φ =17°.

Потужність, що витрачається на транспортування матеріалу.

Потужність W, що підводиться до шнеку для його обертання, витрачається, по-перше, на створення тиску на виході із пристрою, по-друге, перетворюється на тепло на поверхнях тертя. Перша складова незначна у порівнянні із загальною потужністю, у зв’язку з чим нею можна нехтувати.

Вираз для диференціально малої потужності, що витрачається на подолання сил тертя при русі по каналу показаного на рис. 1 елементу матеріалу, має вигляд:

$$dW = F_Ц \cdot V_{Ц/М} + 2F_Б V_М + F_Д V_М \tag{24}$$

Величина $V_{Ц/М}$ визначається з векторної діаграми на рис. 3.2:

$$V_{Ц/М} = V\left(\frac{\sin\varphi}{\cos\alpha}\right) \tag{25}$$

Отримавши вирази для $F_Ц$, $F_Б$ і $F_Д$ так само, як і в попередньому розділі, і використовуючи вирази (25) і (21) для $V_{Ц/М}$ і $V_М$ відповідно, приводимо (24) до наступного вигляду:

$$dW = V\cdot k\cdot f\cdot B\cdot P_\alpha\cdot\tilde{\sigma}_{zz}(z)dz\,, \tag{26}$$

де

$$P_\alpha = \frac{1-\bar{R}_C}{\left(1-\bar{R}_C^{\,1/k}\right)\cdot k}\frac{\sin\varphi}{\cos\alpha} + \left[\frac{H}{B}\left(1+\bar{R}_C\right) + \frac{1-\bar{R}_C}{\left(1-\bar{R}_C^{\,1/k}\right)\cdot k}\bar{R}_C^{\,1/k}\right]\left(\cos\varphi - \sin\varphi\cdot ctg\alpha\right). \tag{27}$$

Вводячи в (26) вираз (17) для розподілу $\tilde{\sigma}_{zz}$ по довжині каналу і виконуючи інтегрування по Z від 0 до $Z = \dfrac{L}{\cos\varphi}$, отримуємо формулу для розрахунку потужності приводу шнека:

$$W = \sigma_0\cdot V\cdot k\cdot B\cdot H\,\frac{P_\alpha}{F_\alpha}\cdot\left[\exp\left(f\,\frac{F_\alpha\cdot L}{H\cdot\sin\varphi} - 1\right)\right] \tag{28}$$

Тиск в каналі шнеку і, отже, споживана потужність інтенсивно зростають із зменшенням продуктивності і досягають максимуму при рівності продуктивності нулю, тобто коли кут транспортування α а стає рівним куту нарізки шнека φ. (див. векторну діаграму на рис. 2). Таким чином, максимально можлива споживана потужність може бути розрахована по формулі (28) (з використанням (19) і (22)) за умови $\alpha = \varphi$.

Для аналізу математичної моделі використовуємо середовище МАТКАД.

Проведемо аналіз залежності тиску, що створюється на виході з пресу при його нульовій продуктивності (робота на пресування) від геометричних розмірів шнеку.

Для цього підставимо в формулу (17) вираз (16):

$$\tilde{\sigma}_{zz}(z) = \sigma_0\cdot exp\left(\frac{f\cdot\left[\dfrac{1-\bar{R}_C}{1-\bar{R}_C^{\,1/k}}\cos\alpha - \dfrac{1-\bar{R}_C}{1-\bar{R}_C^{\,1/k}}\bar{R}_C^{\,1/k} - k\,\dfrac{H}{B}\left(1+\bar{R}_C\right)\right]\cdot z}{H}\right).$$

Враховуючи співвідношення між геометричними параметрами шнека:

$H = R_Ц - \bar{R}_C$; $B = 2R\cdot\sin\varphi$ і поклавши $\alpha = \varphi$ (нульова продуктивність при максимальному тиску на виході) побудуємо графік залежності тиску від кута гвинтової лінії шнеку φ і радіуса осердя $\bar{R}_C$.

Отриманий графік представлено на рис. 5.

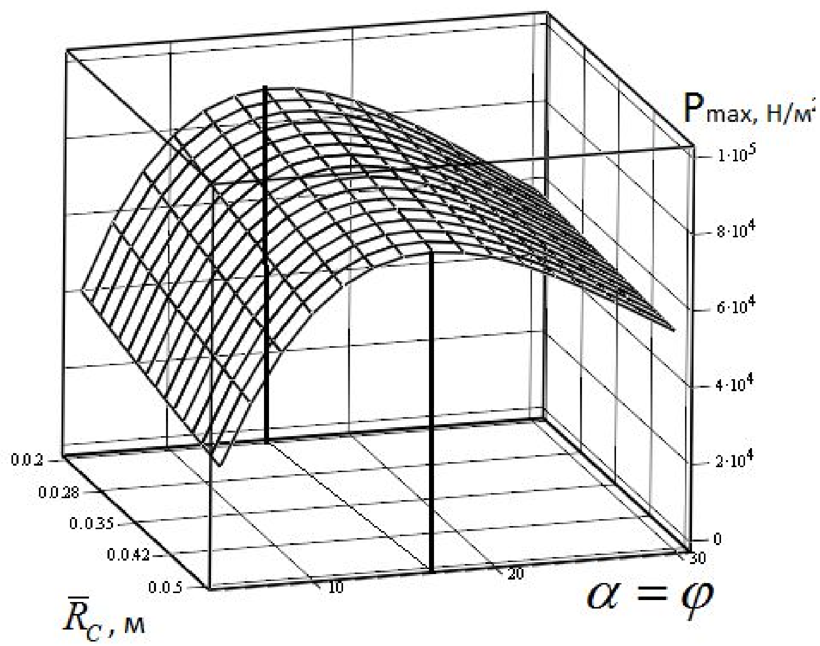

Рис. 5. Графік залежності тиску на виході з шнекового пресу від кута гвинтової лінії шнеку φ і радіуса осердя $\bar{R}_C$

Побудуємо графік залежності тиску на виході з пресу від довжини зони пресування (рис. 6).

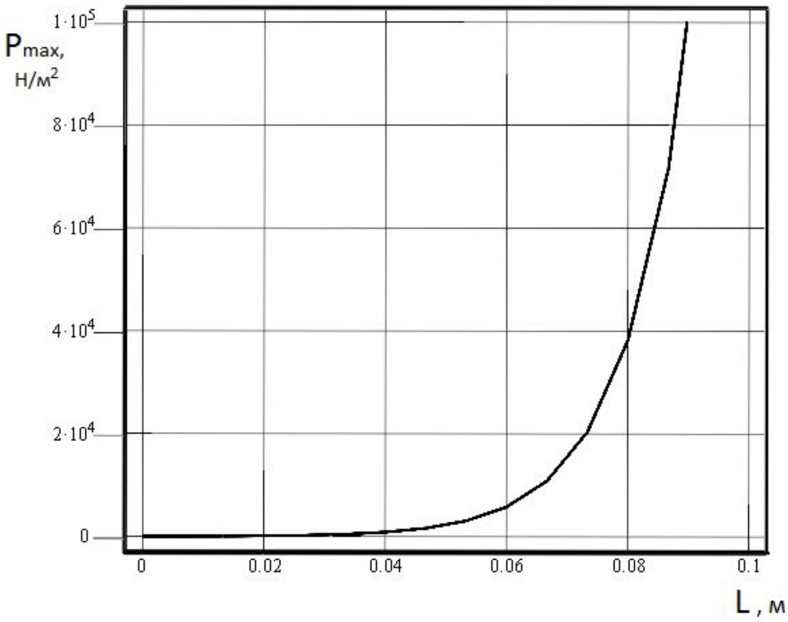

Рис. 6. Графік залежності тиску на виході з шнекового пресу від довжини зони пресування

Результат роботи

Проведено математичний аналіз процесу руху і ущільнення порошкового матеріалу в гвинтовому каналі шнекового пресу. Отримано формули для визначення тиску, що створюється пресом, об'ємної продуктивності і споживаної потужності. Вперше теоретично обґрунтовано вибір раціональних конструктивних параметрів шнеку, що забезпечують максимальний тиск на виході з пристрою. Результати дослідження можуть бути використані для вдосконалення конструкцій машин для автоматичного приготування кавових напоїв.

Висновки

З графіку на рис. 5 видно, що тиск набуває максимального значення при φ =16…18°. І це значення майже не залежить від глибини впадин шнеку. Тобто можна зробити висновок про доцільність виконання шнеку з кутом гвинтової лінії φ =17° .

Діаметр циліндру, а відповідно і діаметр витків шнеку приймаємо рівним діаметру фільтру для пресування кави, який в усіх кавових машинах становить 45 мм.

З графіку (рис. 6) видно, що тиск 9500 Н/м², який відповідає дії ваги 15 кг на фільтр з кавою діаметром 45 мм буде досягатися при довжині шнеку 90 мм.

Таким чином, для кавової машини потрібно виготовити шнековий прес з наступними параметрами: діаметр циліндра 45 мм; діаметр осердя шнека 20 мм; кут гвинтової лінії 17 град; довжина шнеку 90 мм.

Література

Басов Н.И. Расчет и конструирование оборудования для производства и переработки полимерных материалов / Н.И. Басов, Ю.В. Казанков, В.А Любартович. – Москва : Химия, 1986. – 488 с.

References

Basov N.Y. Raschet y konstruyrovanye oborudovanyia dlia proyzvodstva y pererabotky polymernykh materyalov / N.Y. Basov, Iu.V. Kazankov, V.A. Liubartovych. – Moskva : Khymyia, 1986. – 488 s.

Отримана/Received : 15.2.2018 р. Надрукована/Printed :24.3.2018 р.
Рецензент: к.т.н., проф. Кармаліта А.К.