

УДК 677.01

ЩУЦЬКА Г.В., СУПРУН Н.П.

Київський національний університет технологій та дизайну

ТРИВИМІРНА ДИСКРЕТНА МОДЕЛЬ РОЗПОВСЮДЖЕННЯ ВОЛОГИ У ФРАКТАЛЬНИХ МАТЕРІАЛАХ

Мета. Розробити дискретну розрахункову модель проходження рідини крізь текстильний матеріал на основі аналізу його структури, використання дискретного математичного програмування.

Методика. Використовувалась методика, що базується на заміні умовно безперервної моделі проходження рідини крізь матеріали дискретною, яка розглядає матеріал як систему пор і переходів між ними зі своїми характеристиками розповсюдження і гальмування рідини.

Результати. Отримано розрахункову модель, яка дозволяє прогнозувати час повного проходження рідини крізь текстильний матеріал та визначити геометрію змоченої зони з обох його сторін.

Наукова новизна. Вперше на основі дискретного моделювання розв'язана просторова задача з розповсюдження рідини в пористому матеріалі.

Практична значимість. Отримані результати дозволяють прогнозувати час та геометрію розтікання при проходженні рідини крізь матеріал, що надає змогу передбачати ступінь комфортності одягу, виготовленого з такого матеріалу.

Ключові слова: Пористі матеріали, проходження рідини, дискретна модель, дифузія

Масообмін між підодяговим простором і навколишнім середовищем через текстильний матеріал здійснюється завдяки наявності в ньому великого числа наскрізних пор. Для вивчення процесів масопереносу в таких системах, як правило, задаються тієї або іншою моделлю пористого середовища. Пориста матриця тканини і паро-рідинні компоненти вологого повітря, що заповнюють її, не є суцільним середовищем у розумінні безперервної зміни їх властивостей. Коректна заміна такої структури ефективними характеристиками квазісуцільного середовища, як відомо, являє собою складну задачу. Слід відзначити, що для описання різноманітних пористих середовищ у фізиці твердого тіла зараз широко використовується теорія фракталів, розроблена для систем, що виявляють проміжні властивості між властивостями ізольованих часток і твердих тіл [1, 2]. У рамках цієї теорії пористі тіла вважаються макроскопічними фрактальними структурами, малими елементами цих структур є фрактальні кластери. Фрактальний кластер - це система зв'язаних твердих часток, утворених при з'єднанні по визначеному закону, причому усередині даної системи частки зберігають свою індивідуальність. У такій системі між сусідніми частками, що торкаються одна іншої, існує жорсткий зв'язок, а самий об'єкт має пухку і розгалужену структуру. Відмінною рисою фрактального кластера є повторення елемента структури, тобто, витримується принцип статистичної самоподоби, що виявляється в обмеженому інтервалі просторових масштабів. Зручність фрактального підходу полягає в тому, що при його застосуванні з'являється можливість описати без істотних спрощень об'єкти зі складною пористою структурою. При цьому характеристикою кожного пористого тіла є не його пористість, яка у великій мірі пов'язана із розміром пор, а фрактальна розмірність речовини, що відповідає розподілу пор по розмірах. Тому повний питомий розмір поглинаючої поверхні як функції розмірів молекул речовини, що поглинається, може бути представленим у виді співвідношення, яке відповідає фрактальній системі. Використання концепції фракталей є новим напрямком, який розвивається в рамках моделювання тривимірної

анізотропної структури текстильних матеріалів для прогнозування їх тепло-та волого провідності.

Постановка завдання. Для одержання просторового розподілення концентрації рідини у загальному випадку необхідно розв'язання рівняння дифузії, яке у тривимірному випадку набуває вигляду [3]
$$\frac{\partial u}{\partial t} = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_i} \left[D_{ij}(u) \frac{\partial u}{\partial x_j} \right]$$
, де u - концентрація вологи в точці з

координатами ($x_1=x$, $x_2=y$, $x_3=z$), $D_{ij}(u)$ – коефіцієнт дифузії, що залежить від концентрації і напрямку розповсюдження рідини, t – час.

Враховуючи, що коефіцієнт дифузії залежить від концентрації рідини, робимо висновок про нелінійність рівняння, загальних методів розв'язання якого не існує.

Відомо, що текстильні матеріали мають яскраво виражену структуру, яка включає повздовжні і поперечні елементи. Експериментальні дані щодо проникнення вологи в таких системах досить широко опубліковані (наприклад, [4,5]). Напряму вони, на жаль, не можуть бути використані для моделювання, оскільки одержані континуальні моделі дуже складні, однак можуть бути основою для створення дискретних моделей. В наших попередніх публікаціях [6] зроблені спроби використати особливості розрахунків подібних структур для плоских структур. Подібні задачі можуть бути використані для аналізу процесів розтікання матеріалів по площині. На наш погляд, бажано було б розвинути подібні результати на просторові випадки.

Мета роботи – розробити дискретну розрахункову модель для тканин на основі аналізу їх структури і використання дискретного математичного програмування.

Результати досліджень. В ідеалізованому вигляді текстильні матеріали можна уявити, як систему пор і з'єднань між ними, однак подібна структура поки що не спрощує, а ускладнює створення моделі. Спробуємо представити подібну структуру для тканини, як систему ємкостей для зберігання рідини з системою елементів, що передають рідину між ними (Рис.1,а). Система може бути ізотропною або анізотропною. Дискретна комірка такої структури для розрахунків буде мати вигляд, представлений на рис.1,б.

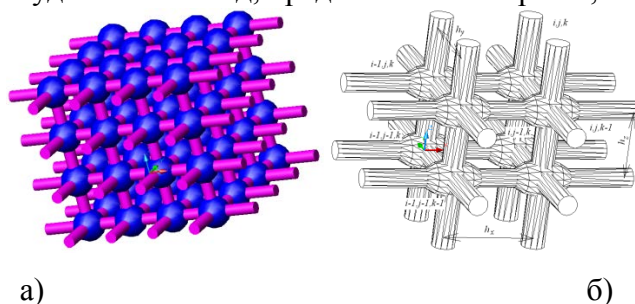


Рис.1 Упоряднена структура тканини (а) та її елементарна дискретна комірка

Елемент, що накопичує вологу, має номер i у напрямку осі x , j – у напрямку осі y , k - у напрямку осі z . До нього з трьох боків підходять елементи живлення, у свою чергу, цей елемент розподіляє рідину у трьох напрямках. Кількість вологи, що входить до елемента означимо індексом 0, кількість вологи, що виходить з елемента - індексом 1. Кожний елемент живлення має передаточну функцію, яка визначає різницю між концентрацією рідини на початку і кінці елемента. У загальному випадку ця функція залежить від координати і часу. Наприклад для елементів, розташованих вздовж осі x можна записати

$$u_i^{x,0} = u_{i-1}^{x,1} \cdot f(x,t)$$
. Прийемо, що середній розмір комірок осями координат стабільний. Означимо його для трьох осей h_x , h_y , h_z . Тоді для трьох осей можна записати

$$\begin{cases} u_{i,j,k}^{x,0} = u_{i-1,j,k}^{x,1} \cdot f(h_x, t) \\ u_{i,j,k}^{y,0} = u_{i,j-1,k}^{y,1} \cdot f(h_y, t) \\ u_{i,j,k}^{z,0} = u_{i,j,k-1}^{z,1} \cdot f(h_z, t) \end{cases} \quad (1)$$

Особливістю процесу може бути зміна у часі значень на початковій ділянці елемента живлення. У цьому разі слід казати не про зміну повної концентрації, а про зміну концентрації у диференціалах, коли вважається, що запис, зроблений у формулі (1), залишається справедливим у прирошеннях, знайдених за методами диференційного числення. У такому випадку для моменту часу τ одержуємо

$$\begin{cases} du_{i,j,k}^{x,0,\tau} = du_{i-1,j,k}^{x,1,\tau-1} \cdot f(h_x, t) + u_{i-1,j,k}^{x,1,\tau-1} \cdot df(h_x, t) \\ du_{i,j,k}^{y,0,\tau} = du_{i,j-1,k}^{y,1,\tau-1} \cdot f(h_y, t) + u_{i,j-1,k}^{y,1,\tau-1} \cdot df(h_y, t) \\ du_{i,j,k}^{z,0,\tau} = du_{i,j,k-1}^{z,1,\tau-1} \cdot f(h_z, t) + u_{i,j,k-1}^{z,1,\tau-1} \cdot df(h_z, t) \end{cases} \quad (2)$$

Рідина, що прибула до вузла, накопичується, що математично означає суму окремих концентрацій

$$du_{i,j,k}^{\tau} = du_{i,j,k}^{x,0,\tau} + du_{i,j,k}^{y,0,\tau} + du_{i,j,k}^{z,0,\tau} \quad (3)$$

Після прибуття до вузла рідина роздається елементами відведення рідини, причому кількість рідини, що відводиться у кожний бік, визначається властивостями вузла. Відзначимо, що реальна структура матеріалу визначає властивості передачі рідини від одного напрямку кожному з трьох вихідних. Математично це можна записати як:

$$\begin{cases} du_{i,j,k}^{x,1,\tau} = k_{xx} \cdot du_{i,j,k}^{x,0,\tau} + k_{yx} \cdot du_{i,j,k}^{y,0,\tau} + k_{zx} \cdot du_{i,j,k}^{z,0,\tau} \\ du_{i,j,k}^{y,1,\tau} = k_{xy} \cdot du_{i,j,k}^{x,0,\tau} + k_{yy} \cdot du_{i,j,k}^{y,0,\tau} + k_{zy} \cdot du_{i,j,k}^{z,0,\tau} \\ du_{i,j,k}^{z,1,\tau} = k_{xz} \cdot du_{i,j,k}^{x,0,\tau} + k_{yz} \cdot du_{i,j,k}^{y,0,\tau} + k_{zz} \cdot du_{i,j,k}^{z,0,\tau} \end{cases} \quad (4)$$

Умова (3) вимагає виконання умов (5):

$$\begin{cases} k_{xx} + k_{xy} + k_{xz} = 1 \\ k_{yx} + k_{yy} + k_{yz} = 1 \\ k_{zx} + k_{zy} + k_{zz} = 1 \end{cases} \quad (5)$$

У випадку знаходження всіх проміжних прирошень, концентрації рідини у різних напрямках можна визначати, як інтеграли:

$$u_{i,j,k} = \int_0^t du_{i,j,k}^{\tau} ; u_{i,j,k}^{x,0} = \int_0^t du_{i,j,k}^{x,0,\tau} ; u_{i,j,k}^{y,0} = \int_0^t du_{i,j,k}^{y,0,\tau} ; u_{i,j,k}^{z,0} = \int_0^t du_{i,j,k}^{z,0,\tau} \quad (6)$$

Наведений метод хоча і спрощує розв'язання диференційного рівняння дифузії, все одно залишається занадто важким для розв'язання, оскільки фактично замінює розв'язання одного рівняння в частинних похідних системою звичайних диференціальних рівнянь, кількість яких втричі більше.

Реальну розрахункову модель можна побудувати, якщо змінити безперервну систему кінцевими прирошеннями:

$$\begin{cases} \Delta u_{i,j,k}^{x,0,\tau} = \Delta u_{i-1,j,k}^{x,1,\tau-1} \cdot f(h_x,t) + u_{i-1,j,k}^{x,1,\tau-1} \cdot \Delta f(h_x,t) \\ \Delta u_{i,j,k}^{y,0,\tau} = \Delta u_{i,j-1,k}^{y,1,\tau-1} \cdot f(h_y,t) + u_{i,j-1,k}^{y,1,\tau-1} \cdot \Delta f(h_y,t) \\ \Delta u_{i,j,k}^{z,0,\tau} = \Delta u_{i,j,k-1}^{z,1,\tau-1} \cdot f(h_z,t) + u_{i,j,k-1}^{z,1,\tau-1} \cdot \Delta f(h_z,t) \end{cases} \quad (7)$$

Реальна концентрація в певній точці (комірці) структури у такому випадку може бути записана, як

$$u_{i,j,k} = \sum_{\tau=0}^t du_{i,j,k}^{\tau}; u_{i,j,k}^{x,0} = \sum_{\tau=0}^t du_{i,j,k}^{x,0,\tau}; u_{i,j,k}^{y,0} = \sum_{\tau=0}^t du_{i,j,k}^{y,0,\tau}; u_{i,j,k}^{z,0} = \sum_{\tau=0}^t du_{i,j,k}^{z,0,\tau} \quad (8)$$

Вказаний алгоритм був використаний для моделювання розтікання рідини в прямокутній структурі. У якості початкових значень по всім коміркам бралася нульова концентрація. Подача рідини здійснювалася постійно в комірку з номером 0,0,0. Результати моделювання розповсюдження рідини показано на рис. 2.

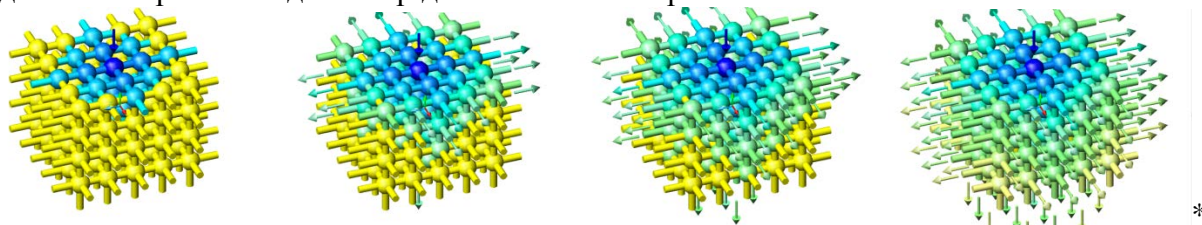


Рис. 2 Розповсюдження рідини в рамках дискретної моделі

Запропонований алгоритм дозволяє визначити концентрацію рідини в комірках, а також в елементах живлення. Аналіз структури поглинання дозволяє створити безперервну модель поглинання на основі використання регресійних моделей при моделюванні дискретної системи континуальною методом найменших квадратів (рис.3).

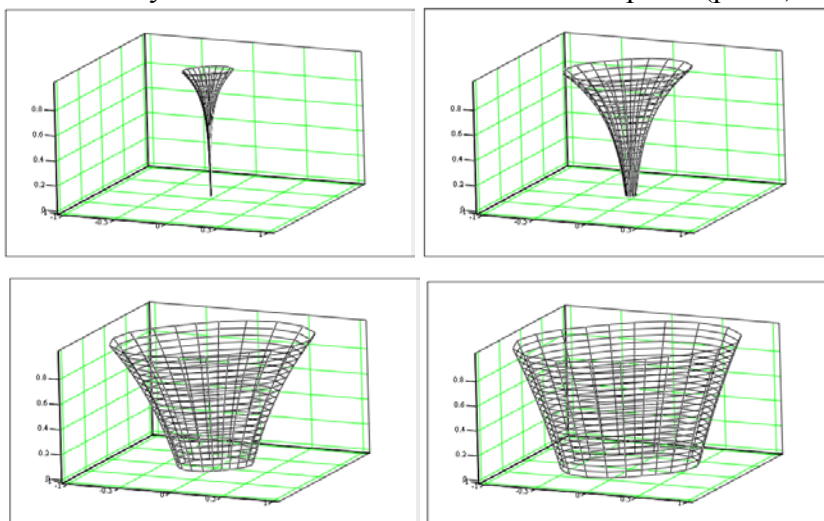


Рис.3 Просторова границя проходження рідини в різні моменти часу, отримана на основі дискретного моделювання

Регресійна тривимірна модель у цьому випадку може бути записана у вигляді

$$A_x \cdot x^2 + A_y \cdot y^2 = e^{-A_{1,z} \cdot \frac{z}{t}} \left(1 - e^{-A_{2,z} \cdot t} \right). \quad (9)$$

де $A_{1,z}$, A_x , $A_{2,z}$, A_y – коефіцієнти регресії для анізотропного матеріалу, визначені на основі дискретного моделювання.

Враховуючи близькість одержаних моделей до осесиметричного розподілення, подібну залежність зручно записати у полярних координатах:

$$r = \frac{A_x^2}{A_y \left(1 + \cos \varphi \sqrt{1 - \left(\frac{A_y}{A_x} \right)^2} \right)} e^{-A_{1,z} \cdot \frac{z}{t}} \left(1 - e^{-A_{2,z} \cdot t} \right) \quad (10)$$

Використання даних залежностей у випадку відомих значень коефіцієнтів анізотропії дозволить визначити динамічні характеристики проникнення рідини крізь текстильні матеріали.

Висновки. В роботі розроблена дискретна розрахункова модель матеріалів для легкої промисловості на основі аналізу їх структури, використання дискретного математичного програмування. Дана модель використовує дані елементарних складових матеріалу для прогнозування його суцільних властивостей. На основі моделі розроблений алгоритм розрахунку розповсюдження рідини в матеріалі, що може використовуватись для прогнозування комфортності матеріалів.

Список використаних джерел

1. Федер Е. Фракталы. - М.: Мир, 1991,- 254с.
2. Салтыков Ю.В., Корниенко В.Л. Применение теории фракталов для описания пористых электродов. Эффективные коэффициенты в модели цилиндрических пор//Электрохимия, - 1996, - т. 32, - с.1267-1269.
3. Горбис З.Р. Теплообмен и гидромеханика дисперсных сквозных потоков. М.: Энергия. – 1970. -424 с.
4. Yoneda M., Mizuno Y., Yoneda J. Measurment of water absorption perpendicular to fabric plane in two- and multi-layered fabric systems/ Yoneda M., Mizuno Y., Yoneda J. //Textile Res. J. – 1993. – №29(12). P. 940–949.
5. R.M. Sousa Fangueiro1, H.F.Cunha Soutinho. Moisture Management Performance of Multifunctional yarns based on Wool Fibers. //Advanced Materials Research. – 2010. V.123-125. - P. 1247-1250.
6. Щуцька Г.В., Супрун Н.П. Дискретна двовимірна модель розтікання вологи в текстильних матеріалах// Вісник Київського національного університету технологій та дизайну. Серія«Технічні науки». - 2015. N. 3(86). - с.107-114.

ТРЕХМЕРНАЯ ДИСКРЕТНАЯ МОДЕЛЬ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВЛАГИ В ФРАКТАЛЬНЫХ МАТЕРИАЛАХ

ЩУЦКАЯ Г.В., СУПРУН Н.П.

Киевский национальный университет технологий и дизайна

Цель. Разработать дискретную расчетную модель прохождения жидкости через текстильный материал на основе анализа его структуры, использования дискретного математического программирования.

Методика. Использовалась методика, основанная на замене условно непрерывной модели прохождения жидкости через материалы дискретной, которая рассматривает материал как систему пор и переходов между ними со своим характеристикам распространения и торможения жидкости.

Результаты. Получена расчетная модель, позволяющая прогнозировать время полного прохождения жидкости через текстильный материал и определить геометрию смоченной зоны с обеих его сторон.

Научная новизна. Впервые на основе дискретного моделирования решена пространственная задача по распространению жидкости в пористом материале.

Практическая значимость. Полученные результаты позволяют прогнозировать время и геометрию растекания при прохождении жидкости через материал, дают возможность предсказать степень комфортности одежды, изготовленной из такого материала.

Ключевые слова: *пористые материалы, прохождение жидкости, дискретная модель, диффузия*

THREEDIMENSIONAL DISCRETE MODEL OF MOISTURE DISTRIBUTION IN FRACTAL MATERIALS

SCHUTSKAY A. V., SUPRUN N. P.

Kyiv National University of Technology and Design

Purpose To develop a discrete model of moisture passing through the textile material by analyzing its structure, the use of discrete mathematical programming.

Methods. Was used the method based on replacing of conventionally continuous model of liquid passing through materials, by a discrete, which considers the material as a system of pores and passages between them with its own characteristics of spreading and braking of the moisture.

Results. Was estimated a calculated model that allows to predict the full passage of liquid through the textile material and determine the geometry of the wetted area on both its sides.

Scientific innovation. For the first time on the base of discrete simulations was solved the problem of the spatial distribution of liquid in a porous material.

The practical significance. The results allow to predict the time and geometry of spreading liquid when its passing through textile material, which enables to provide the comfortability of clothes, made of such material.

Keywords: *porous materials, passing liquid, discrete model, diffusion*