УДК : 517.987.4 + 378

ЗАСТОСУВАННЯ ФУНКЦІЇ ГЕВІСАЙДА

Студ. Н.В. Сморжевський, гр. БІТ-18
Науковий керівник проф. В.О. Дубко
Київський національний університет технологій та дизайну

Функція Гевісайда, H, — це розривна функція дійсної змінної значення якої рівне 0 для від'ємних значень аргумента та рівна 1 для додатніх значень аргумента. В більшості випадків, значення функції в точці нуль H(0) не є важливим. Функція названа на честь англійського математика Олівера Гевісайда і широко використовується в теорії керування і обробці сигналів.

Мета роботи - продемонструватиобласть застосування та можливості функції Гевісайда.

1. **Застосування функції Гевісайда** при **доведені формули Діріхле:**

$$\int_a^b dx \int_a^x f(x,y)dy = \int_a^b dy \int_y^b f(x,y)dx$$

Скористуємось функцією Гевісайда:

$$\Theta(t-a) = \begin{cases} 0 & t < a \\ 1 & t \geq a \end{cases}$$

Змінимо порядок інтегрування з використанням цієї функції:

$$\int_a^b dx \int_a^x f(x,y)dy = \int_a^b dy \int_a^b \Theta(y-x) f(y,x)dx = \int_a^b dx \int_a^b \Theta(y-x) f(y,x)dy = \int_a^b dx \int_y^b f(y,x)dy \,.$$

2. Система лінійних диференціальних рівнянь та можливі представлення його розв'язку у матричному вигляді.

Нехай

$$\frac{dx(t)}{dt} = A(t)x(t); \text{ де } A \text{ - квадратна матриця, } x \in R^n,$$

$$x(t) = \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{pmatrix}; \quad A = \begin{pmatrix} a_{11}(t) & a_{12}(t) & \dots & a_{1n}(t) \\ a_{21}(t) & a_{22}(t) & \dots & a_{2n}(t) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1}(t) & a_{n2}(t) & \dots & a_{nn}(t) \end{pmatrix}$$

Еквівалентне представлення:

$$dx_j(t) = \sum_{l=1}^{n} a_{j,l}(t) x_l(t); \; l, j = \overline{1,n}$$

Розв'язок цього рівняння можна подати у матричному вигляді:

$$x(t) = T^+ e^{\int_0^t A(\tau)dt} x(0),$$

де T^+ - оператора хронологічного впорядкування.

Дія оператора T^+ полягає в наступному:

$$T^+\left[\int_{t_0}^{t} B(s)ds\right] = n! \int_{t_0}^{t} B(t_1)dt_1 \int_{t_0}^{t_1} B(t_2)dt_2 \ldots \int_{t_0}^{t_{n-1}} B(t_n)dt_n \,,$$

Властивості T^+ встановлюють спираючись розклад $T^+ e^{\int_{t_0}^{t} A(t_1)dt_1}$, та узгоджуючи його з представленням для матриціану, з використанням функції Гевісайда.

Розв'язок неоднорідного матричного рівняння Бернуллі:

$$\frac{dx(t)}{dt} = A(t)x(t) + b(t), \; b(t) \neq 0 \; (1), \; x, b \in R^N, \dim A(t) = (n \times n) \; -$$

такий:

$$x(t) = T^+ e^{\int_0^t A(\tau)dt} x(0) + T^+ \int_0^t e^{\int_s^t A(\tau)d\tau} b(s)ds$$

Оператор можна зняти T^+, якщо виконуються умови Лапо-Данилевського:

$$A(t) = \int_0^t A(s)ds = \left(\int_0^t A(s)ds\right) A(t), \forall t$$

Якщо ця умова виконується оператор знімається.

Приклад. Нехай $A(t) = A$, тоді $e^{tA} = I + tA + \frac{t^2 A^2}{2!} + \frac{t^3 A^3}{3!} + \ldots$ і, відповідно,

$$x(t) = e^{tA} x(0) + \int_0^t e^{(t-s)A} b(s)ds$$

Список використаної літератури

1. Н. М. Гюнтер, Р.О. Кузьмін, Збірник завдань з вищої математики, 13 видання, «Лань», 2003. 816 с.
2. В. П. Дубовик, Юрик І.І. Вища математика: Навчальний посібник – К.:Вища шк., 1993. 648 с.
3. П. Ланкастер. Теорія матриць, головна редакція фізико-математичної літератури видавництва «Наука», М. 1973, 280 с.