



УДК 621.81:620

## ВИБІР ТЕОРЕТИЧНОГО РОЗПОДІЛУ ПАРАМЕТРУ ТА ЙОГО ВПЛИВ НА ТОЧНІСТЬ РОЗРАХУНКІВ НАДІЙНОСТІ

Студ. гр. БМБ-15, Р. В. Карпенко  
Науковий керівник, доц., Л. М. Березін  
Київський національний університет технологій та дизайну

**Мета і завдання.** Метою роботи є запропонувати підхід для кількісної оцінки похибок в розрахунках надійності при використанні різних гіпотез про закон розподілу та впливу точності визначення параметрів статистичних моделей за даними малих вибірок.

**Завдання** - огляд та систематизація найбільш поширених теоретичних розподілів в розрахунках надійності за критеріями втомленого руйнування та зносу.

**Об'єкт дослідження.** Вид та параметри емпіричного розподілу випадкових значень реалізацій вибірки з подальшою оцінкою відповідності прийнятому до розгляду теоретичному розподілу.

**Методи та засоби дослідження.** Використано методи порівняння та аналогій, вивчення та узагальнення практичного досвіду, теорії ймовірностей та математичної статистики при плануванні та оцінці результатів експерименту.

**Наукова новизна та практичне значення отриманих результатів.** Полягає в тому, що точкові оцінки залежності похибок розрахунку від коефіцієнту варіації доцільно використовувати для практичної наближеної впливу неточності на результати розрахунків, які дають при інших рівних умовах менші похибки в розрахунках.

**Результати дослідження.** За похибками квантильних оцінок отримали кількісну оцінку можливих похибок в розрахунках при вільному виборі одного із теоретичних законів розподілу, що апроксимують значення випадкової величини. Це дозволяє оцінити ймовірні похибки в розрахунках надійності в широку діапазону змін коефіцієнта варіації та заданій ймовірності.

Надійність обладнання за результатами експериментальних досліджень (визначальних і контрольних випробувань або експлуатаційних спостережень) переважно встановлюють за параметричними оцінками показників в ймовірнісній постановці.

Для цього встановлюють вид та параметри емпіричного розподілу випадкових значень реалізацій вибірки з подальшою оцінкою відповідності прийнятому до розгляду теоретичному розподілу. Збільшення вибірки (числа наробіток, ресурсів тощо) наближає емпіричну функцію до теоретичного закону розподілу генеральної сукупності. Це дозволяє перейти від статистичних до ймовірнісних закономірностей, коли середнє арифметичне вибірки наближається до математичного сподівання генеральної середньої. Для повних вибірок розроблені система збору та обробки інформації про надійність та методи оцінки інформації з надійності обладнання в експлуатації, які регламентовані стандартами. Однак у випадках вибірок малих об'ємів для деяких статистичних розподілів виникають похибки в розрахунках, які унеможливають використання ймовірнісного підходу. Наприклад, розрахунки ймовірностей появи відмови за втомленою міцністю за  $4,5 \cdot 10^4$  циклів навантаження при різних законах розподілу наробіток до відмови як випадкової величини дають такі результати:  $P(N \leq 4,5 \cdot 10^4) = 0,0967$  – при використанні розподілу Вейбула;  $P = 0,071$  – при нормальному та  $P = 0,011$  – при логарифмічно-нормальному розподілах. Особливо наочно  $P = 0,00005$  – для розподілу Бернштейна. Таким чином, невірний вибір закону розподілу випадкової величини може привести до грубих помилок в обрахунках надійності.

Пропонується підхід реалізації кількісної оцінки похибок при використанні найбільш поширених теоретичних розподілів в розрахунках надійності за критеріями втомленого



руйнування та зносу, а саме: експоненціальний, нормальний, нормально-логарифмічний закони та закон Вейбула.

Для оцінки розбіжностей випадкових значень теоретичного та емпіричного розподілів параметру застосовують переважно критерії згідності Пірсона  $\chi^2$ , Колмогорова  $\lambda$  та Мозеса  $\omega^2$ . Порядок їх обчислення представлено в нормативних документах, де вказано обмеження їх застосування – необхідність значних об'ємів вибірок (для критеріїв Пірсона та Колмогорова –  $n > 100$ , критерія Мозеса –  $n > 50$ ). Окрім того, висуваються додаткові вимоги, наприклад, критерій згідності Колмогорова можливо застосовувати при апіорі відомому виду теоретичного закону. Також необхідно враховувати, що процедура перевірки гіпотези за будь-яким із критерії є перевіркою на відхилення, а не оцінкою відповідності теоретичного та емпіричного розподілів.

Пропонується підхід для кількісної оцінки похибок в розрахунках надійності при використанні різних гіпотез про закон розподілу та впливу точності визначення параметрів статистичних моделей за даними малих вибірок.

Кількісну оцінку похибок при різних законах розподілу виконували на прикладі значень випадкових значень технічного ресурсу  $t_p$ , які відповідають заданій ймовірності  $P(T_p > t_p)$ . Приймали для всіх розподілів однакові умови та обмеження – рівність коефіцієнтів варіації  $V_t$  та математичного сподівання  $M_{t_p} = 1$ . Похибку  $\Delta$  визначали як відношення розрахованих максимального  $t_{pmax}$  та мінімального  $t_{pmin}$  значень випадкових значень  $t_p$ . Аналіз обрахованих похибок при різних теоретичних законах розподілу та малих вибірках дозволяє зробити висновок про значне підвищення можливої похибки  $\Delta$  з ростом  $v_t$  в діапазоні  $P \geq 0,9$ . Встановлено, що при  $P < 0,9$  похибок для всіх розподілах є несуттєвими та корегуються за табличними даними.

Вплив на точність розрахунків надійності відхилень параметрів закону розподілу визначали за зміною квантильних оцінок в залежності від відхилень математичного сподівання  $M_t$  та дисперсії  $s^2$ . Перелічені параметри наявні в формулі інтегральної функції, що дозволяє представляти поточне значення випадкової величини  $t_p$  її математичним сподіванням, стандартним відхиленням та ймовірністю. Похибку квартальної оцінки  $\Delta_v$  визначали як відношення значень  $t_{PB}$  та  $t_{PH}$  відповідно при  $v_{tB}$  та  $v_{tH}$ . Встановлено, що неточність визначення коефіцієнту варіації розподілів, які прийняті до розгляду, по різному впливає на похибки розрахунків. Найвищу чутливість до помилок має закон Вейбула. Очевидно, що для пониження величини помилки при значних величинах  $v_t$  та  $P$  необхідно зменшувати довірчі інтервали для  $v_t$ . Інші розподіли переважно не чутливі до неточностей обрахунків параметрів розподілів. Отже, необгрунтовний вибір статистичної моделі значно впливовіший на точність результату обрахунків.

Висновок. За похибками квантильних оцінок отримали кількісну оцінку можливих похибок в розрахунках при вільному виборі одного із теоретичних законів розподілу, що апроксимують значення випадкової величини. Це дозволяє оцінити ймовірні похибки в розрахунках надійності в широку діапазону змін  $v_t$  та  $P$ . Точкові оцінки залежності похибок розрахунку від коефіцієнту варіації  $\Delta = f(\Delta_v)$  можливо використовувати для практичної наближеної впливу неточності  $v_t$  на результати розрахунків, які дають при інших рівних умовах менші похибки в розрахунках.

### Література

1. Корн Г. Справочник по математике (для научных работников и инженеров) / Г. Корн, Т. Корн. – М.: Наука, 1974. – 832 с.
2. Решетов Д.Н. Надежность машин / Д. Н. Решетов, А. С. Иванов, В. З. Фадеев – М.: Высш. шк., 1988. – 238 с.