

УДК 677.072.6

ПРОГРАМНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ДЛЯ ПЕРЕВІРКИ АДЕКВАТНОСТІ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ

В.Г. Резанова, кандидат технічних наук, доцент
Київський національний університет технологій та дизайну

Ключові слова: математичне моделювання, адекватність, критерій Фішера, програмне забезпечення.

Сучасна наука не обходиться без застосування моделювання. Метод математичного моделювання дозволяє виключити необхідність виготовлення громіздких фізичних моделей, пов'язаних з матеріальними витратами; скорочувати час визначення характеристик (особливо при розрахунку математичних моделей за допомогою програмного забезпечення); вивчати поведінку об'єкту моделювання при різних значеннях параметрів; аналізувати можливість застосування різних елементів; отримувати характеристики і показники, які складно отримувати експериментально.

Математична модель являє собою опис об'єкту, що вивчається, поданий за допомогою математичної символіки. Після побудови кожної моделі постає питання про її придатність. Іншими словами, модель потребує перевірки на адекватність. Адекватність – ступінь відповідності результатів, отриманих при перевірці розробленої математичної моделі, даних експерименту чи тестової задачі. Перевірка потрібна для підтвердження правильності результатів моделювання. Таким чином, при перевірці на адекватність наша ціль – переконатись в справедливості сукупності гіпотез та встановити відповідність отриманої точності з точністю, сформульованою при постановці нашої задачі.

Адекватність моделі перевіряється за допомогою F -критерія Фішера. F -тестом називають будь-який статистичний критерій, тестова статистика якого при виконанні нульової гіпотези має розподіл Фішера. Критерій Фішера є дуже зручним при перевірці на адекватність математичних моделей, оскільки перевірку гіпотези можна звести до порівняння з табличним значенням. Подібність моделі та оригіналу є невід'ємною умовою адекватності моделювання [1], [2].

За ступенем відповідності параметрів моделі і оригіналу розрізняють подібності абсолютну і практичну (неабсолютну). Остання, в свою чергу, буває повною, неповною і наближеною.

При абсолютній подібності оригінал і модель структурно та фізично подібні; вони відрізняються лише значеннями параметрів, що характеризують елементи і зв'язки між ними. Процеси у моделі і оригіналі в цілому, так само як стани окремих елементів, описуються однаковими функціональними залежностями, що пропорційно відрізняються лише значеннями аргументів. Абсолютна подібність свідчить про тотожність явищ, яка є поняттям доволі абстрактним і реалізується на практиці

виключно в геометричних побудовах та в окремих видах математичної подібності.

Перевірка проводиться шляхом порівняння експериментально отриманих результатів з результатами табличних значень [3], [4]. Враховуючи масштаби розрахунків, доцільніше використовувати спеціальне програмне забезпечення [5], [6].

Припустимо, що при $\mathbf{x} = \mathbf{x}^i$ спостерігалися значення $y_{i1}, \dots, y_{in_i}, i = 1, \dots, m$ ($n = n_1 + \dots + n_m$). Нехай \hat{y} — оцінка функції регресії, тобто

$$\hat{y} = b_0 x_0 + \dots + b_{p-1} x_{p-1}.$$

Позначимо $\hat{y}_i = \hat{y}(\mathbf{x}^i)$, $\bar{y}_i = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} y_{ij}$ ($i = 1, \dots, m$),

$$S_1^2 = \frac{1}{m-p} \sum_{i=1}^m n_i (\hat{y}_i - \bar{y}_i)^2, S_2^2 = \frac{1}{n-m} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \bar{y}_i)^2.$$

Тоді, якщо дисперсії y при кожному \mathbf{x}^i можна вважати рівними між собою та $m > p$, то відношення вигляду S_1^2 / S_2^2 (варіант з сукупності так званих F -відношень) має розподіл Фішера $F(m-p, n-m)$, причому гіпотеза про адекватність моделі \hat{y} не приймається на рівні α , якщо вказане відношення перевищує квантиль рівня $1 - \alpha$ даного розподілу. У іншому випадку гіпотеза приймається.

Початкові дані – матрицю плану та відповідні значення вихідних змінних – будемо вводити з файлів. Розроблене програмне забезпечення виконує всі необхідні розрахунки за описаним алгоритмом.

Таким чином, розроблено програмний продукт, який допоможе науковцям здійснювати автоматизовану перевірку адекватності математичних моделей. Після успішної перевірки адекватності, модель може бути використана для подальшого дослідження об'єкта та прогнозування його поведінки у майбутньому.

Список використаних джерел

1. Адлер Ю.П. и др. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. Программированное введение в планирование эксперимента. – М.: Наука, 1971. - 254 с.
2. Бондарь А. Г., Статюха Г. А., Потяженко И. А. Планирование эксперимента при оптимизации процессов химической технологии. – Киев, Высшая школа, 1980, 264 с.
3. Сидняев Н. Теория планирования эксперимента и анализ статистических данных. – М.: Юрайт, 2012, 400 с.
4. Адекватность и точность математических моделей. Верификация результатов моделирования [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://studopedia.ru/>
5. Stroustrup B. Programming: Principles and Practice Using C++ (2nd Edition). Addison-Wesley Professional, 2014. – 1312 p.
6. Мейерс С. Эффективный и современный C++. М.: Вильямс, 2016. – 304 с.