УДК 687.053

Дворжак В.М., канд. техн. наук, доцент
Київський національний університет технологій та дизайну, v_dvorjak@ukr.net

ДОСЛІДЖЕННЯ ТРАЄКТОРІЙ ХАРАКТЕРНИХ ТОЧОК ПРОСТОРОВИХ МЕХАНІЗМІВ ТЕХНОЛОГІЧНИХ МАШИН ГАЛУЗЕЙ ЛЕГКОЇ ПРОМИСЛОВОСТІ

У технологічних машинах галузей легкої промисловості використовуються просторові механізми для приводу робочих органів. Особливе місце посідають просторові п'ятиланкові кривошипно-коромислові механізми, які забезпечують можливість перетворення обертального руху відносно двох довільно зорієнтованих у просторі осей та є еквівалентними просторовим триланковим механізмам з передатними важелями, що дотикаються [1]. Розглянемо просторовий п'ятиланковий механізм з обертальними та однією сферичною кінематичними парами, який використовується для приводу петельника в підшивальних швейних машинах [2]. Характерними точками механізму можна вважати центри кінематичних пар ланок, центри мас ланок, робочі точки робочих органів тощо.

У роботі [3] при комп'ютерному моделюванні типового просторового кривошипно-коромислового механізму складалася та розв'язувалася система нелінійних рівнянь другого порядку у вигляді канонічних рівнянь двох сферичних поверхонь та одного рівняння кола. У результаті розв'язку системи двох канонічних рівнянь сферичної поверхні діставали геометричне місце центру кінематичної пари, утвореної шатуном та коромислом, у вигляді кола, центр якого лежав на лінії, що з'єднує центри кінематичних пар відповідно кривошипа та шатуна і шатуна та коромисла.

При комп'ютерному моделюванні просторового п'ятиланкового кривошипно-коромислового механізму, схема якого представлена в [2], за аналогічним методом для визначення геометричного місця центру кінематичної пари, утвореної шатуном та коромислом, довелося би розв'язувати систему нелінійних рівнянь четвертого порядку у вигляді канонічних рівнянь сферичної та тороїдальної поверхонь. Це ускладнює процес моделювання та не завжди забезпечує стабільність обчислення параметрів.

Для визначення ліній перетину зазначених поверхонь у загальному випадку скористаємось методом розв'язку систем нелінійних рівнянь, розробленим Драгілєвим А. В., який полягає в параметризації лінії перетину поверхонь довжиною дуги та зведенні самої задачі до задачі Коші [4].

Складемо параметричні рівняння тороїдальної *M1* та сферичної *M2* поверхонь:

$$M1(u1,v1)=T1\cdot\begin{pmatrix}R1\cdot\cos(u1)+r1\cdot\cos(v1)\cdot\cos(u1) & R1\cdot\sin(u1)+r1\cdot\cos(v1)\cdot\sin(u1) & r1\cdot\sin(v1)\end{pmatrix}^{T};$$

$$M2(u2,v2)=P_{2\_0}+T2\cdot\begin{pmatrix}R2\cdot\cos(v2)\cdot\cos(u2) & R2\cdot\cos(v2)\cdot\sin(u2) & R2\cdot\sin(v2)\end{pmatrix}^{T}.$$

Визначаємо частинні похідні від рівнянь поверхонь по параметрам *u1, v1, u2, v2*:

$$M1_{u1}(u1,v1)=T1\cdot\begin{pmatrix}-R1\cdot\sin(u1)-r1\cdot\cos(v1)\cdot\sin(u1) & R1\cdot\cos(u1)+r1\cdot\cos(v1)\cdot\cos(u1) & 0\end{pmatrix}^{T};$$

$$M1_{v1}(u1,v1)=T1\cdot\begin{pmatrix}-r1\cdot\sin(v1)\cdot\cos(u1) & -r1\cdot\sin(v1)\cdot\sin(u1) & r1\cdot\cos(v1)\end{pmatrix}^{T};$$

$$M2_{u2}(u2,v2)=T2\cdot\begin{pmatrix}-R2\cdot\cos(v2)\cdot\sin(u2) & R2\cdot\cos(v2)\cdot\cos(u2) & 0\end{pmatrix}^{T};$$

$$M2_{v2}(u2,v2)=T2\cdot\begin{pmatrix}-R2\cdot\sin(v2)\cdot\cos(u2) & -R2\cdot\sin(v2)\cdot\sin(u2) & R2\cdot\cos(v2)\end{pmatrix}^{T};$$

де *T1* та *T2* – результуючі матриці повороту.

В кожній точці лінії перетину поверхонь визначимо одиничний вектор *n*:

$$n(u1,v1,u2,v2)=\frac{(M1_{u1}\times M1_{v1})\times(M2_{u2}\times M2_{v2})}{\left|(M1_{u1}\times M1_{v1})\times(M2_{u2}\times M2_{v2})\right|}.$$

Метод розрахунку вимагає, щоб похідна від рівнянь поверхонь по довжині дуги співпадала з вектором *n*: $M1_S = n$ та $M2_S = n$, або $M1_{u1} \cdot u1_S + M1_{v1} \cdot v1_S = n$; $M2_{u2} \cdot u2_S + M2_{v2} \cdot v2_S = n$. Останні два рівняння приводяться до системи лінійних рівнянь відносно змінних *u1S, v1S, u2S, v2S* послідовним множенням на *M1u1, M1v1, M2u2, M2v2*:

$$\begin{cases} M1_{u1} \cdot M1_{u1} \cdot u1_S + M1_{v1} \cdot M1_{u1} \cdot v1_S = n \cdot M1_{u1} \\ M1_{u1} \cdot M1_{v1} \cdot u1_S + M1_{v1} \cdot M1_{v1} \cdot v1_S = n \cdot M1_{v1} \end{cases};$$

$$\begin{cases} M2_{u2} \cdot M2_{u2} \cdot u2_S + M2_{v2} \cdot M2_{u2} \cdot v2_S = n \cdot M2_{u2} \\ M2_{u2} \cdot M2_{v2} \cdot u2_S + M2_{v2} \cdot M2_{v2} \cdot v2_S = n \cdot M2_{v2} \end{cases}.$$

Розв'язком цих систем буде:

$$u1s = \frac{(M1_{v1} \cdot M1_{v1})(M1_{u1} \cdot n) - (M1_{v1} \cdot n)(M1_{u1} \cdot M1_{v1})}{(M1_{u1} \cdot M1_{u1})(M1_{v1} \cdot M1_{v1}) - (M1_{u1} \cdot M1_{v1})(M1_{v1} \cdot M1_{u1})};$$

$$v1s = \frac{(M1_{u1} \cdot M1_{u1})(M1_{u1} \cdot n) - (M1_{u1} \cdot n)(M1_{v1} \cdot M1_{u1})}{(M1_{u1} \cdot M1_{u1})(M1_{v1} \cdot M1_{v1}) - (M1_{u1} \cdot M1_{v1})(M1_{v1} \cdot M1_{u1})};$$

$$u2s = \frac{(M2_{v2} \cdot M2_{v2})(M2_{u2} \cdot n) - (M2_{v2} \cdot n)(M2_{u2} \cdot M2_{v2})}{(M2_{u2} \cdot M2_{u2})(M2_{v2} \cdot M2_{v2}) - (M2_{u2} \cdot M2_{v2})(M2_{v2} \cdot M2_{u2})};$$

$$v2s = \frac{(M2_{u2} \cdot M2_{u1}2)(M2_{u2} \cdot n) - (M2_{u2} \cdot n)(M2_{v2} \cdot M2_{u2})}{(M2_{u2} \cdot M2_{u2})(M2_{v2} \cdot M2_{v2}) - (M2_{u2} \cdot M2_{v2})(M2_{v2} \cdot M2_{u2})}.$$

На основі отриманих розв'язків складемо вектор похідних:

$$D(t, Y) := \left(u1s(Y_1, Y_2, Y_3, Y_4) \;\; v1s(Y_1, Y_2, Y_3, Y_4) \;\; u2s(Y_1, Y_2, Y_3, Y_4) \;\; v2s(Y_1, Y_2, Y_3, Y_4)\right)^T.$$

Для побудови лінії перетину потрібна початкова точка, з якої почнеться обчислення. Для цього введемо додаткову площину, яку задамо у вигляді параметричного рівняння кола радіусом довжини коромисла: $M3(u2) := P_{2\_0} + T2 \cdot \left(R2 \cdot \cos(u2) \;\; R2 \cdot \sin(u2) \;\; 0\right)^T$.

Розв'язуючи спільно рівняння: $M1(u1, v1) = M2(u2, v2)$ та $M3(u2) = M2(u2, v2)$ при заданих початкових значеннях параметрів *u1S, v1S, u2S, v2S*, дістанемо вектор *I* початкових значень параметрів системи диференціальних рівнянь (у нашому випадку кутів), які визначатимуть початкову точку. У результаті обчислень дістанемо шукану лінію перетину поверхонь у вигляді:

$$P := \left(R2 \cdot \cos\left(L1^{\langle 5 \rangle}\right)\cos\left(L1^{\langle 4 \rangle}\right) + P_{2\_0} \;\; R2 \cdot \cos\left(L1^{\langle 5 \rangle}\right)\sin\left(L1^{\langle 4 \rangle}\right) \;\; R2 \cdot \sin\left(L1^{\langle 5 \rangle}\right)\right)^T,$$

де *L1* – матриця розв'язків (значень параметрів *u1S, v1S, u2S, v2S*).

Подальші дослідження спрямовані на дослідження траєкторій просторових механізмів технологічних машин галузі.

Список посилань

1. Лебедев П. А. Кинематика пространственных механизмов / П. А. Лебедев – М.-Л. : Машиностроение, 1966. – 280 с.

2. Сторожев В. В. Машины и аппараты легкой промышленности / В. В. Сторожев – М. : Издательский центр «Академия», 2010. – 400 с.

3. Дворжак В. М. Комп'ютерне моделювання кінематичної схеми типового просторового кривошипно-коромислового механізму // Комплексне забезпечення якості технологічних процесів та систем: VII Міжнародна науково-практична конференція. Чернігів, 24-27 квітня 2017 р. – Чернігів: ЧНТУ, 2017. – Т. 2. С. 12-14.

4. Гейчук В. М. Математична модель кінематики процесу магнітно-абразивної обробки комплексів поверхонь / В. М. Гейчук // Процеси механічної обробки в машинобудуванні. – 2011. – № 10. – С. 99-112.