УДК 688.359

АПРОКСИМАЦІЯ ДІЛЯНОК НА ЗОВНІШНЬОМУ КОНТУРІ ДЕТАЛЕЙ ВИРОБІВ ЛЕГКОЇ ПРОМИСЛОВОСТІ ЗА ДОПОМОГОЮ ДУГ КІЛ

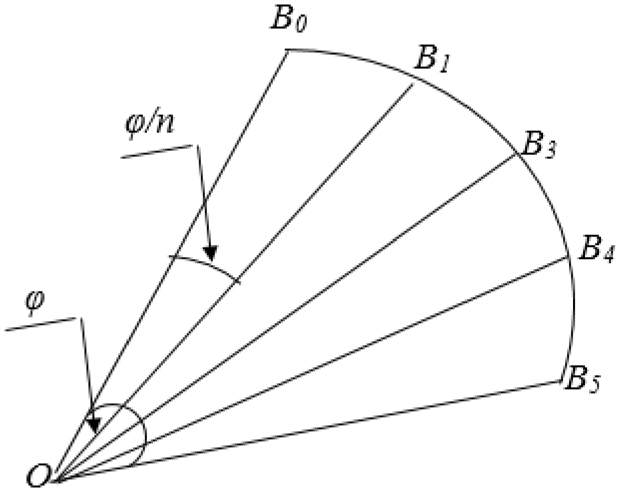
В.І. Чупринка, доктор технічних наук, професор
Київський національний університет технологій та дизайну
В. І. Дроменко, аспірант
Київський національний університет технологій та дизайну
І.С. Упіров, аспіант
Київський національний університет технологій та дизайну

Ключові слова: програмне забезпечення, апроксимація, дуги кола, зовнішній контур

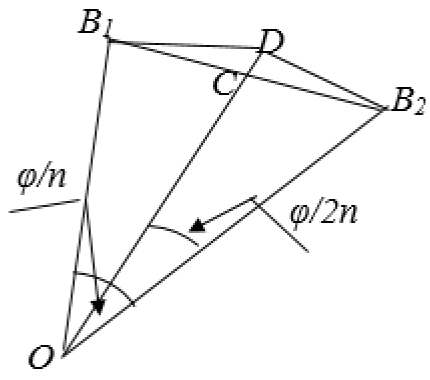
Так як деталі виробів легкої промисловості мають складну конфігурацію та в більшості випадків їх не можливо описати аналітично, то ці зовнішні контури будемо апроксимувати. Найбільше розпоширеня отримав кусково-лінійний спосіб апроксимації, тобто коли зовнішній контур деталі представляється опукло-ввігнутим многокутником з координатами його вершин. Тому виникає задача представити дугу кола із заданою точністю *eps.*

Дугу будь-якого радіуса можна представити із заданою точністю як ломану лінію, що представляє собою *N* відрізків однакової довжини (рис.1.а). Тоді знайдемо кількість вершин на дузі, яка апроксимує ділянку на зовнішньому контурі деталі.

Знайдемо допустиму похибку при апроксимації δ. Допустима похибка при апроксимації δ повинна бути меншою або дорівнювати заданій користувачем точності, тобто $\delta <= eps$ (1).



а)



б)

Рис. 1. Визначення кількості вершин апроксимуючого многокутника

Тоді
$$\begin{cases} OC = OB_1 * \cos\dfrac{\varphi}{2N} \\ OD = OB_1 = OB_2 = R \\ \delta = OD - OC = R - OB_1 * \cos\dfrac{\varphi}{2N} = R - R * \cos\dfrac{\varphi}{2N} \end{cases} \quad (2)$$

З виразів (1) та (2) випливає що,
$$eps \geq R - R * \cos\left(\frac{\varphi}{2N}\right) \quad (3)$$

Перетворивши вираз (2) отримаємо формулу для знаходження кількості вершин ломаної лінії, що апроксимує шукану дугу:
$$N \geq \frac{\varphi}{2\arccos\left(\dfrac{R - eps}{R}\right)} \quad (4)$$

Кут між прямими OB_1 та OB_5 визначимо за теоремою косинусів: $a^2 = b^2 + c^2 - 2ab * \cos\varphi$.

Застосувавши цю теорему до нашого випадку, отримаємо такий вираз для знаходження кута заокруглення
$$\varphi = \arccos\left(\frac{CB^2 - CO^2 - OB^2}{-2 * CO * OB}\right) \quad (5)$$

Знаходження координат точок в дузі спряження. Для того, щоб знайти координати точок в дузі заокруглення, використаємо лінійне перетворення точки з вихідними координатами (в нашому випадку перетворення точки B_1 для отримання координат точок $B_2, B_3, \ldots, B_N$ (рис.1.а).

Щоб отримати координати точок $B_2, B_3, \ldots, B_N$, необхідно повернути точку B_1 навколо точки O на кут $\frac{K\varphi}{N}$.

Необхідні для повороту формули отримаємо в результаті композиції матриць паралельного переносу, повороту навколо початку координат і оберненої до матриці паралельного переносу:
$$R^{\alpha}_{(x,y)} = T_{(x,y)} \circ R^{\alpha}_{(0,0)} \circ T^{-1}_{(x,y)}. \quad (6)$$

Тоді з (6) отримаємо формулу для знаходження координат k-ї вершини деталі (n – кількість точок в дузі заокруглення, φ – кут між векторами OB_1 і OB_N):

$$\begin{cases} x_K = \cos\left(\dfrac{k\varphi}{n}\right) - \sin\left(\dfrac{k\varphi}{n}\right) - x_O * \cos\left(\dfrac{k\varphi}{n}\right) + y_O * \cos\left(\dfrac{k\varphi}{n}\right) + x_O \\ y_K = \sin\left(\dfrac{k\varphi}{n}\right) + \cos\left(\dfrac{k\varphi}{n}\right) - x_O * \sin\left(\dfrac{k\varphi}{n}\right) - y_O * \cos\left(\dfrac{k\varphi}{n}\right) + y_O \end{cases} \quad (7)$$

Таким чином ми отримали координати вершин многокутника, який апроксимує дугу кола із заданною точністю.