

між показниками стадій технологічного процесу, що спрощує та робить більш схожими можливі способи математичного опису цих зв'язків.

Розроблене програмне забезпечення може використовуватися на виробництві і в науково-дослідницькій роботі при дослідженні закономірностей перетворення матеріалів, що підлягають технологічній обробці. Розроблена програма також може використовуватися як навчальний засіб для проведення учбових занять з дисциплін «Методи і засоби досліджень механіко-технологічних процесів», «Ймовірнісні процеси і математична статистика», «Прикладна математика»

### Література

1. Краснитський С.М., Щербань В.Ю. Прогнозування технологічних процесів. — К.: КНУТД, 2016.
2. Слізков А.М. Прогнозування фізико-механічних властивостей текстильних матеріалів побутового призначення / Слізков А.М., Щербань В.Ю., Краснитський С.М., Демківська Т.І. — К.: КНУТД, 2013. — 223 с.
3. Слізков А.М., Щербань В.Ю., Краснитський С.М. Застосування принципів ідентифікації в системі прогнозування властивостей текстильних матеріалів// Вісник КНУТД — 2008. — № 5 (спеціальний випуск). — С. 191-198.
4. Слізков А.М., Щербань В.Ю., Краснитський С.М. Стохастичні задачі в дослідженні зміни властивостей текстильних матеріалів // Вісник ХНУ. — 2008. — №6. — С. 194-197
5. "Forecasting: Principles and Practice" by Rob J Hyndman and George Athanasopoulos.: OTexts. , 2018. 300 p.

КРАСНИТСЬКИЙ С.М., БУТ Є.О.

### **РОЗРОБКА ПРОГРАМНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ДЛЯ АНАЛІЗУ ДВОФАКТОРНИХ ЕКСПЕРИМЕНТІВ З ПОВТОРЕННЯМ СПОСТЕРЕЖЕНЬ**

KRASNYTSKY S.M., BUT E.O.

#### **DEVELOPMENT OF SOFTWARE FOR THE ANALYSIS OF TWO-FACTOR EXPERIMENTS WITH REPETITION OF OBSERVATIONS**

*The purpose of the work is the development of software to simplify the stages of scientific research when applying methods of classification of two-factor production experiments with the possibility of repeating the experiment at given sets of factors.*

*Keywords: dispersion analysis, classification, observations, planning of an experiment with repetition of observations*

### Вступ

В даній роботі розглядається ситуація так званої двосторонньої класифікації або двофакторного дисперсійного аналізу (ДА), коли, гіпотетично, на досліджуваний процес  $Y$  мають вплив два фактори, які умовно позначимо  $A$  і  $B$ . Припускається, що дані фактори мають кілька

**рівнів**, котрі характеризують їх зміну. Вказані рівні можуть відповідати різним числовим значенням факторів, але це не є обов'язковим для ДА. В реальних ситуаціях, що виникають при аналізі статистичних даних, часто зустрічаються випадки, коли важливі фактори, що впливають на досліджувану величину, процес або явище, носять *якісний* характер. Наприклад, один фактор може означати людську особу, а інший фактор — дієту, що їй призначено. Методи аналізу експерименту частково залежать від можливості його повторень при повтореннях комбінацій факторів. У даному повідомленні розглядається саме така ситуація.

### Основна частина

Для ДА істотне значення має план експерименту. В експерименті при різних комбінаціях рівнів факторів  $A$  і  $B$  спостерігаються значення тієї чи іншої досліджуваної величини  $Y$  (відгуку). Ця величина, як правило, залежить не тільки від рівнів факторів, а ще й від випадку, так що при однакових комбінаціях факторів можуть виникати різні значення  $Y$ . План експерименту — це список комбінацій рівнів  $A$  і  $B$  при яких вимірюються значення  $Y$ . Матриця експерименту — це план експерименту + відповідні значення  $Y$  (іноді замість «матриця» також кажуть «план»). Для відображення плану використовуються спеціальні таблиці ДА, котрі містять деяку кількість чарунок, зміст яких відповідає відношенням між факторами експерименту. Найпоширенішими випадками тут є наступні::

- 1) В кожній чарунці виконуються повторні спостереження — повний факторний план з повторенням спостережень.
- 2) В кожній чарунці тільки по одному спостереженню — повний факторний план без повторення спостережень.
- 3) Не в кожній чарунці виконуються спостереження — плани з групуванням.

Кожному вказаному плану відповідає своя математична модель. У будь-якому разі слід оцінити параметри цієї моделі і перевірити певні статистичні гіпотези, такі як відсутність або наявність впливу окремих факторів та їхньої взаємодії.

У даній роботі розглядається план експерименту типу 1.

Нехай фактор  $A$  має  $I$  рівнів, а  $B$  —  $J$  рівнів. Комбінацію  $(i, j)$ , де  $i$  позначає рівень фактора  $A$ , а  $j$  — рівень фактора  $B$ , часто називають  $(i, j)$ -чарункою або просто чарункою ( $1 \leq i \leq I, 1 \leq j \leq J$ ). У даній ситуації для кожної чарунки  $(i, j)$  даються значення випадкової величини  $Y$  в деякій кількості  $K_{ij} \geq 1$ . Так що  $(i, j)$ -чарунці відповідає випадкова вибірка

$$Y_{ij1}, Y_{ij2}, \dots, Y_{ijK_{ij}}, i = 1, \dots, I, j = 1, \dots, J.$$

Відповідна математична модель задається співвідношеннями

$$y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijk}, \quad (1)$$

$$i = 1, \dots, I, j = 1, \dots, J, k = 1, \dots, K.$$

Параметри цього співвідношення мають такі назви:

$\mu$  — загальне середнє,  $\alpha_i$  — ефекти рядків,  $\beta_j$  — ефекти стовпців,  $(\alpha\beta)_{ij}$  — ефект взаємодії,  $\varepsilon_{ijk}$  — випадкові складові. (Трошки інакше, більш детально, і це не обов'язково казати на доповіді:  $\alpha_i$  —  $i$ -й диференціальний або головний ефект фактору  $A$ ,  $\beta_j$  —  $j$ -й диференціальний або головний ефект фактору  $B$ . Величина  $(\alpha\beta)_{ij}$  називається (двофакторною) **взаємодією**  $i$ -го рівня фактору  $A$  і  $j$ -го рівня фактору  $B$ . Ця величина враховує ефект комбінацій  $i$ -го рівня фактору  $A$  і  $j$ -го рівня фактору  $B$ , якщо він не виражається сумою  $\mu + \alpha_i + \beta_j$ . Модель, в якій взаємодія  $(\alpha\beta)_{ij}$  дорівнює 0  $\forall i, j$ , називається **адитивною**. Нарешті, помилки  $\varepsilon_{ijk}$ , за припущенням, є незалежними і нормально розподіленими з нульовим середнім значенням і деякою дисперсією  $\sigma^2$ .)

За прийняттям моделі (1.15) першою задачею є оцінка її коефіцієнтів (параметрів)  $\mu$ ,  $\alpha_i$ ,  $\beta_j$ ,  $(\alpha\beta)_{ij}$  та дисперсії величини  $\varepsilon_{ijk}$ . Для даної моделі оцінки МНК (методу найменших квадратів) неоднозначні, тому на диференціальні ефекти накладаються додаткові обмеження [1-4,16]:

$$\sum_{i=1}^I \alpha_i = 0, \quad \sum_{j=1}^J \beta_j = 0, \quad \sum_{i=1}^I (\alpha\beta)_{ij} = 0 \quad \forall j, \quad \sum_{j=1}^J (\alpha\beta)_{ij} = 0 \quad \forall i.$$

При цих обмеженнях МНК-оцінки стають однозначними і при цьому одержуємо: величини

$$\hat{\mu} = \bar{y}_{...}, \quad \hat{\alpha}_i = \bar{y}_{i..} - \bar{y}_{...}, \quad \hat{\beta}_j = \bar{y}_{.j.} - \bar{y}_{...},$$

$$(\hat{\alpha\beta})_{ij} = \bar{y}_{ij.} - \bar{y}_{i..} - \bar{y}_{.j.} + \bar{y}_{...},$$

де

$$\bar{y}_{i..} = \frac{1}{KJ} \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K y_{ijk}, \quad \bar{y}_{.j.} = \frac{1}{KI} \sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K y_{ijk}, \quad \bar{y}_{ij.} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K y_{ijk},$$

$$\bar{y}_{...} = \frac{1}{IJK} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K y_{ijk},$$

Важливу роль у кінцевому з'ясуванні вигляду моделі (1) відіграють наступні гіпотези, що позначені нижче як  $H_{AB}$ ,  $H_A$ , і  $H_B$ .

$H_{AB}$ : всі  $(\alpha\beta)_{ij}$  дорівнюють  $0$ .

якщо ця гіпотеза підтверджується, то це означає, що взаємодія факторів  $A$  і  $B$  відсутня. Тоді в моделі (1.1) можна вважати, що всі  $(\alpha\beta)_{ij}$  дорівнюють  $0$ .

Якщо гіпотеза  $H_{AB}$  приймається, то переходимо до перевірки гіпотез  $H_A$  і  $H_B$ , де зміст останніх наступний:

$H_A$ : всі  $\alpha_i$  дорівнюють  $0$ , тобто ефекти рядків відсутні;

$H_B$ : всі  $\beta_j$  дорівнюють  $0$ , тобто ефекти стовпців відсутні.

Відзначимо, що за прийняттям гіпотези  $H_{AB}$  гіпотези  $H_A$  і  $H_B$  втрачають зміст і перевірки не підлягають. Статистики для перевірки зазначених гіпотез будуються на основі величин з останнього стовпця таблиці 1.

Таблиця 1.

Таблиця дисперсійного аналізу при класифікації за двома ознаками з повтореннями спостережень

Джерело дисперсії	Сума квадратів	Степені свободи	Середній квадрат
Фактор $A$	$SS_A = JK \sum_{i=1}^I \hat{\alpha}_i^2$	$\nu_A = I - 1$	$Q_A = SS_A / \nu_A$
Фактор $B$	$SS_B = IK \sum_{j=1}^J \hat{\beta}_j^2$	$\nu_B = J - 1$	$Q_B = SS_B / \nu_B$
Взаємодія	$SS_{AB} = K \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J (\alpha\beta)_{ij}^2$	$\nu_{AB} = (I - 1)(J - 1)$	$Q_{AB} = SS_{AB} / \nu_{AB}$
Залишок	$SS_R = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K (y_{ijk} - \bar{y}_{ij})^2$	$\nu_R = IJ(K - 1)$	$Q_R = SS_R / \nu_R$
Повна	$SS_T = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K (y_{ijk} - \bar{y}_{...})^2$	$\nu_T = IJK - 1$	$Q_T = SS_T / \nu_T$

Зазначені статистики, що перевіряють гіпотези  $H_{AB}$ ,  $H_A$  і  $H_B$  є всі без винятку  $F$ - статистиками (тобто такими, що при справедливості

відповідних гіпотез мають розподіли Фішера). Їх вирази з застосуванням очевидних позначень  $F_{AB}$ ,  $F_A$ ,  $F_B$  наводяться нижче.

$$H_{AB}: F_{AB} = Q_{AB}/Q_R ; \quad (1.24)$$

$$H_A: F_A = Q_A/Q_R; \quad H_B: F_B = Q_B/Q_R . \quad (1.25)$$

### Висновки

Розроблене програмне забезпечення спрощує реалізацію алгоритмів класифікації двофакторних виробничих експериментів за умови повторення спостережень порівняно із відповідними можливостями, що надають стандартні комплекси програм математичного і статистичного забезпечення

### Література

1. "Analysis of Variance and Covariance: How to Choose and Construct Models for the Life Sciences" авторства Eugene Demidenko. Видавництво: Cambridge University Press.: 2014. 400 .
2. Щербань В.Ю. Математичні моделі в САПР. Обрані розділи та приклади застосування / В.Ю.Щербань, С.М.Краснитський, В.Г.Резанова – К.:КНУТД, 2010 – 220 с.
3. Краснитський С.М. Векторні випадкові величини і випадкові процеси / С.М Краснитський., В.Ю.Щербань та ін. – К.: Конус-Ю, 2008.- 191 с.

РОГИНСЬКИЙ Ю.Г., КРАСНИТСЬКИЙ С.М.

### СТВОРЕННЯ БАЗИ ДАНИХ ДЛЯ ПОРІВНЯННЯ ЯКОСТІ ВИРОБІВ І СПОЖИВЧИХ ПЕРЕВАГ МЕТОДАМИ ДИСПЕРСІЙНОГО АНАЛІЗУ

ROHYNYSKYI Y.G., KRASNYTSKY S.M.

#### CREATION OF A DATABASE FOR QUALITY COMPARISON PRODUCTS AND CONSUMER BENEFITS BY METHODS DISPERSION ANALYSIS

*The article presents general information on the methods of dispersion analysis, their features in assessing the quality of goods and consumer preferences. This is done through a block randomized experiment, which helps to assess the human factor.*

*Keywords: methods dispersion analysis, a block randomized experiment.*

### Вступ

В сучасному світі неможливо уявити будь-який достатньо змістовний аналіз явища або процесу без використання даних різної природи. Завдяки даним можна робити певні аналітичні дослідження, створювати статистику, рахувати ймовірності тощо.