УДК 629.3.014.2:681.2

ОЦІНЮВАННЯ НОРМАЛЬНИХ РЕАКЦІЙ КОЛІС ОМНІНАПРАВЛЕНОЇ РОБОТОТЕХНІЧНОЇ ПЛАТФОРМИ З ВИКОРИСТАННЯМ ДАНИХ ІНЕРЦІАЛЬНИХ ДАТЧИКІВ

© Андрій Полюхович[1], Юрій Ковальов[2], 2026

[1]Київський національний університет технологій та дизайну (Київ, Україна),
аспірант кафедри механічної інженерії, poliukhovych.a@knutd.edu.ua
[2]Київський національний університет технологій та дизайну (Київ, Україна), старший викладач кафедри механічної інженерії, кандидат технічних наук, доцент, kovalov.ya@knutd.com.ua

Застосування омнінаправлених робототехнічних платформ у транспортно-логістичних системах потребує забезпечення стійкого контакту коліс з опорною поверхнею під час переміщення вантажів. Для платформ із чотирма колесами Mecanum нормальні реакції опор залежать від маси та положення центра мас системи, а також від інерційних навантажень, що виникають під час зміни швидкості руху. Кінематичні й динамічні особливості таких платформ розглянуто в дослідженнях [1, 2], а вплив змінного положення центра мас об'єктів транспортування – у роботі [3]. Перспективним напрямом розвитку систем контролю робототехнічних пристроїв є використання інерціальних вимірювальних модулів для розрахункового оцінювання навантажень коліс без безпосереднього вимірювання сил у кожній опорі.

Метою дослідження є розроблення розрахункового підходу до оцінювання нормальних реакцій коліс омнінаправленої робототехнічної платформи за даними інерціального датчика та визначення впливу похибки вимірювання поздовжнього прискорення на точність отриманих результатів.

Розглянуто робототехнічну платформу із чотирма колесами Mecanum, розташованими симетрично відносно поздовжньої та поперечної осей. Координати точок контакту коліс із горизонтальною опорною поверхнею задано як $A_1(a, b)$, $A_2(a, -b)$, $A_3(-a, b)$, $A_4(-a, -b)$, де a та b – половини відповідних відстаней між опорами. Загальна маса платформи з вантажем становить M, координати спільного центра мас у горизонтальній площині – x_c та y_c, а його висота над площиною опор – h.

Прийнято припущення про однакову вертикальну жорсткість опор, жорсткість несучої конструкції, горизонтальність поверхні та відсутність істотних кутових прискорень корпусу. Розподіл нормальних реакцій визначено в межах квазістатичної моделі з використанням принципу Даламбера. За цих умов нормальну реакцію i-го колеса можна оцінити за залежністю:

$$N_i = \frac{Mg}{4}\left(1 + \frac{x_i}{a^2}\left(x_c - \frac{ha_x}{g}\right) + \frac{y_i y_c}{b^2}\right). \quad (1)$$

де N_i – нормальна реакція i-го колеса; $x_i y_i$ – координати відповідної точки опори; a_x – поздовжнє прискорення платформи; g – прискорення вільного падіння.

Для практичного застосування моделі передбачається використання інерціального вимірювального модуля (IMU) для визначення поздовжнього прискорення платформи. Оскільки акселерометр вимірює питому силу, оцінювання поступального прискорення потребує компенсації гравітаційної складової з урахуванням просторової орієнтації датчика. У межах дослідження прийнято припущення, що зазначену компенсацію виконано, а залишкова похибка визначення поздовжнього прискорення становить Δa_x.

Аналіз залежності (1) показує, що похибка визначення поздовжнього прискорення впливає на точність розрахункового оцінювання нормальних реакцій коліс. За прийнятих припущень абсолютне значення складової похибки нормальної реакції i-го колеса, зумовленої похибкою визначення прискорення, можна обчислити за співвідношенням:

$$|\Delta N_i| = \frac{Mh}{4a}|\Delta a_x|. \quad (2)$$

де ΔN_i – абсолютне значення складової похибки розрахункової нормальної реакції i-го колеса; Δa_x – абсолютне значення похибки визначення поздовжнього прискорення.

Отже, чутливість оцінки нормальних реакцій до похибки вимірювання прискорення прямо пропорційна загальній масі та висоті центра мас і обернено пропорційна поздовжньому розміру опорної бази.

Числове моделювання виконано для робототехнічної платформи масою 40 кг із вантажем масою 20 кг. Прийнято такі розрахункові параметри: M = 60 кг, a = 0,30 м, b = 0,25 м, x_c = 0,040 м, y_c = 0,02667 м, h = 0,35 м, g = 9,81 м/с². Значення висоти спільного центра мас h прийнято як розрахункове припущення. Досліджено вплив абсолютної похибки визначення поздовжнього прискорення $|\Delta a_x|$ на точність розрахункового оцінювання нормальних реакцій коліс.

Таблиця – Вплив похибки визначення поздовжнього прискорення на розрахункову нормальну реакцію колеса

Абсолютна похибка прискорення $\|\Delta a_x\|$, м/с²	Абсолютна похибка реакції $\|\Delta N_i\|$, Н	Похибка відносно $Mg/4$, %
0,01	0,175	0,119
0,05	0,875	0,595
0,10	1,750	1,189
0,20	3,500	2,378

Результати числового моделювання свідчать про лінійне зростання абсолютної похибки розрахункового оцінювання нормальних реакцій коліс зі збільшенням похибки визначення поздовжнього прискорення. Зокрема, за $|\Delta a_x|$ = 0,05 м/с² абсолютна похибка розрахункової реакції кожного колеса становить 0,875 Н, або приблизно 0,60 % від середньої статичної реакції Mg/4. За збільшення похибки прискорення до 0,20 м/с² відповідне значення зростає до 3,50 Н. Отримані результати характеризують лише складову похибки, зумовлену неточністю визначення поздовжнього прискорення, без урахування невизначеності інших параметрів математичної моделі.

Запропонований підхід може бути використаний для попереднього оцінювання ступеня розвантаження окремих коліс за даними інерціальних вимірювань. Порівняння розрахункових нормальних реакцій із заданим мінімально допустимим значенням створює передумови для формування діагностичного показника стану опорної системи робототехнічної платформи. Водночас практичне застосування підходу потребує врахування похибок визначення орієнтації датчика, його зміщення відносно центра мас, впливу вібрацій конструкції та відмінностей фактичних характеристик опор від прийнятих модельних припущень.

Висновки. Запропоновано теоретичний підхід до оцінювання нормальних реакцій коліс омнінаправленої робототехнічної платформи за даними інерціальних вимірювань. Отримано аналітичну залежність похибки розрахункової реакції від похибки визначення поздовжнього прискорення та параметрів платформи. Числовим моделюванням продемонстровано лінійний характер цієї залежності. Результати можуть бути використані для розроблення алгоритмів контролю навантаження коліс. Подальші дослідження передбачають урахування поперечного прискорення, похибок орієнтації IMU та експериментальну перевірку підходу.

1. Taheri H., Qiao B., Ghaeminezhad N. Kinematic Model of a Four Mecanum Wheeled Mobile Robot. International Journal of Computer Applications. 2015. Vol. 113, No. 3. P. 6–9. DOI: 10.5120/19804-1586.

2. Jaskot A., Posiadała B., Śpiewak S. Dynamics Model of the Mobile Platform for its Various Configurations. Procedia Engineering. 2017. Vol. 177. P. 162–167.

3. Березін Л. М., Ковальов Ю. А. Особливості процесу переміщення об'єктів транспортування зі змінним центром мас. Вісник Київського національного університету технологій та дизайну. Серія: Технічні науки. 2016. № 6 (104). С. 18–25.