

УДК 687.016.5

ПОБУДОВА КРИВОЛІНІЙНИХ ЛІНІЙ НИЗУ БОРТУ ВЕРХНЬОГО ОДЯГУ

О.А. БОГУШКО, А.Є. СВЯТКІНА, О.В. ДЕМЕРТАШ

Київський національний університет технологій та дизайну

Розглянуто питання апроксимації криволінійного контуру модельної лінії низу борту алгебраїчними кривими вищих порядків та трансцендентними кривими

Створення досконалих та конкурентоспроможних проектних рішень, оснований на теоретичних положеннях та експериментальних дослідженнях, втілених у мінімально необхідну базу вихідних даних неможливо без залучення сучасних засобів обчислювальної техніки і машинної графіки.

Існує багато програмних продуктів для систем автоматизованого проектування одягу (САПРО). Однак деякі питання потребують подальшого більш ретельного дослідження з метою створення математичного та програмного забезпечення повного циклу конструкторської підготовки виробництва одягу.

Об'єкти та методи дослідження

В якості об'єкта дослідження обрано процес побудови контурів ліній низу борту верхнього плечового одягу та їхні модифікації в залежності від ряду факторів. Проведений аналіз існуючих досліджень та публікацій за обраною темою [1–4] показав, що на сьогоднішній день проблема залишається актуальною і потребує подальшого комплексного дослідження і розвитку.

Постановка завдання

Незважаючи на широке впровадження нових методів і засобів автоматизованого проектування, для більшості виробників швейних виробів забезпечення якісними програмними продуктами залишається недоступним. Для підвищення якості процесу побудови креслеників конструкцій та апроксимації ліній низу борта, зменшення часу на виконання розрахунків та поетапної побудови, необхідно звернути увагу на розробку нового математичного та програмного забезпечення.

Результати та їх обговорення

Комп'ютерне геометричне моделювання здійснюється на підставі відповідного математичного забезпечення. Базою для безпосередньої реалізації програмних алгоритмів є математичне забезпечення апроксимації у прикладному програмному продукті.

Розглянемо апроксимацію криволінійного контуру низу борта.

Розглянемо алгоритми апроксимації низу борта **каппою** – алгебраїчною кривою 4-го порядку, симетричної відносно вертикальної осі, яка проходить через точку M (рис. 1). Рівняння кривої у декартових координатах $(X^2 + Y^2)X^2 = R^2Y^2$, у полярних координатах $\rho = R \operatorname{ctg} \varphi$.

Криву можна визначити як геометричне місце точок дотику дотичних, які проведені з початку координат до кола радіуса R , центр якого переміщується по осі ординат.

Для побудови дискретного ряду точок низу борта на ділянці 3 – 4 (рис. 2) необхідно перетворити координати паралельним перенесенням початку координат у точку 4, визначити кут φ між віссю ординат і радіусом-вектором ρ , що вказує положення точки 4, та встановити величину радіуса кола, яке переміщується вздовж осі ординат за формулою $R = \sqrt{(X^2 - Y^2)} / \operatorname{ctg} \varphi$.

Надаючи куту φ значення $\varphi_i = \varphi_{i-1} + \Delta\varphi$, можна визначити довжину радіуса-вектора $\rho = R \operatorname{ctg} \varphi$ і координати точки низу борта, які відповідають заданому значенню кута.

Змінюючи абсцису точки 4, можна отримати широкий діапазон варіантів оформлення низу борта.

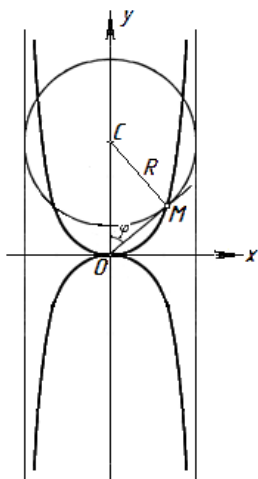


Рис. 1. Каппа – алгебраїчна крива 4-го порядку

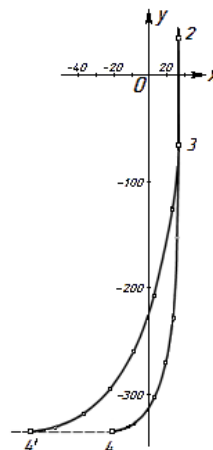


Рис. 2. Варіанти апроксимації дугою каппи

Другий варіант апроксимації низу борта **декартовим листом** – алгебраїчною кривою 3-го порядку (рис. 3), симетричної відносно бісектриси $y = x$.

Рівняння кривої в прямокутній системі координат:

$$X^3 + Y^3 - 3aXY = 0, \quad a > 0.$$

В параметричній формі:

$$X = 3at / (1 + t^3), \quad Y = 3at^2 / (1 + t^3) \tag{1}$$

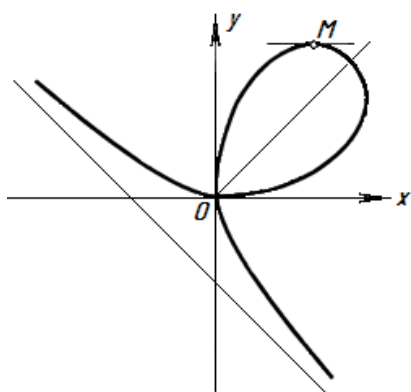


Рис. 3. Декартів лист – крива 3-го порядку

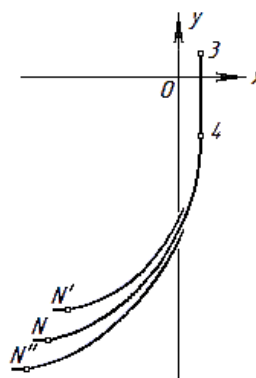


Рис. 4. Варіанти апроксимації дугою декартового листа

Початок координат є вузловою точкою, в якій крива перетинає сама себе під прямим кутом. Точка M , в якій дотична паралельна вісі Ox , має координати $M(a^3 \sqrt[3]{2}; a^3 \sqrt[3]{4})$. Якщо вважати, що точка M розташована на лінії низу виробу, то коефіцієнт $a = Y_4 / \sqrt[3]{4}$ (положення точки 4 див. на рис. 4).

Для побудови дискретного ряду точок низу борта необхідно визначити: ординату точки M перетворенням координат (паралельним перенесенням початку координат у точку 4) та значення коефіцієнта a за формулою: $a = Y_M / \sqrt[3]{4}$.

Після визначення координат ряду точок кривої за формулою 1 зворотним перетворенням координат встановлюють координати дискретного ряду точок низу борта на ділянці $4-N$.

Параметри контуру низу борта залежать тільки від положення нижньої петлі відносно низу виробу. Значення параметра t у розрахунках обирали в межах $1.2 \div 14.01$.

Розглянемо інший варіант апроксимації низу борта **цисоїдою Діоклеса** – алгебраїчною кривою 3-го порядку (рис. 5), симетричної відносно вісі абсцис. Рівняння кривої в прямокутній системі координат: $X^3 + (X - a) Y^2 = 0, a > 0$.

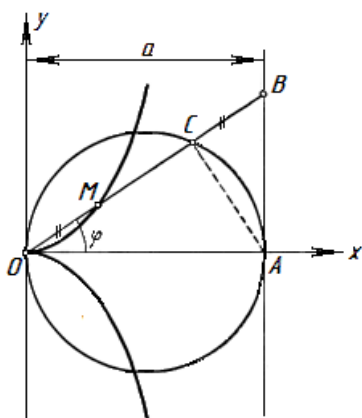


Рис. 5. Цисоїда Діоклеса – крива 3-го порядку

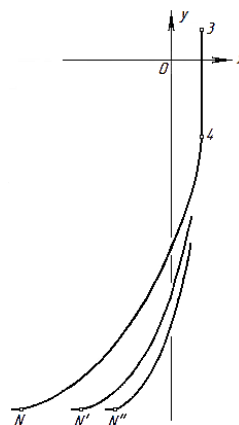


Рис. 6. Варіанти апроксимації дугою цисоїди

Точка $O(0; 0)$ – точка звороту кривої. B – точка перетину променя з прямою $X - a = 0$. Для будь-якого променя $OB \quad |OM| = |CB|$.

Для побудови дискретного ряду точок низу борта необхідно визначити координати точки 4 (див. рис. 6) перетворенням координат (паралельним перенесенням початку координат у точку 4) та значення коефіцієнта a .

Ординати точок кривої визначаємо за формулою $Y_i = \sqrt{(X^3 (a - X))}$, $X_i = 0, 1, 2, \dots, X_p$. Зворотним перетворенням координат встановлюємо координати дискретного ряду точок на ділянці $3-4$. Параметри контуру низу борта залежать від координат точки 4 .

Четвертий варіант апроксимації низу борта **ланцюговою лінією** – трансцендентною кривою (рис. 7), симетричної відносно вісі ординат. Ланцюгова лінія – крива, форму якої приймає під дією сил тяжіння однорідна гнучка важка нитка з закріпленими кінцями, що не розтягується. В техніці ця крива використовується в розрахунках, пов'язаних з прогинанням проводів, тросів, проектуванні склепінь тощо.

Рівняння кривої в прямокутній системі координат:

$$Y = \frac{a}{2} \left(e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}} \right) \quad (2),$$

або інакше,

$$Y = a \operatorname{ch} \frac{x}{a} \tag{3}$$

Формула співвідношення між параметром a , стрілою провисання h та шириною прольоту $2b$:

$$a \approx b^2/2h.$$

Вісь абсцис проводять на відстані OA від вершини, яку можна змінювати.

Для побудови дискретного ряду точок низу борта (рис. 8) необхідно визначити величину стріли провисання та ширину прольоту з врахуванням додаткових поправок, які були визначені експериментально. Ординати точок кривої визначаємо за формулою 2 або 3. Зворотним перетворенням координат встановлюємо координати дискретного ряду точок на ділянці 3 – 4. Параметри контуру низу борта залежать тільки від координат точки 4.

Ще один варіант апроксимації низу борта дугою **трактриси** – трансцендентною кривою (рис. 9), симетричної відносно вісі ординат.

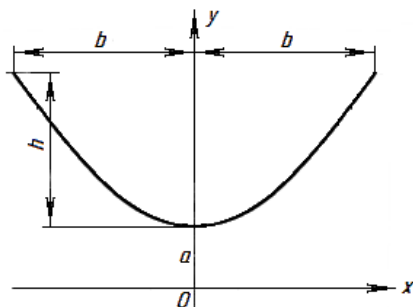


Рис. 7. Ланцюгова лінія - трансцендентна крива

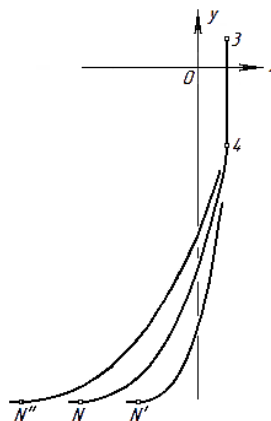


Рис. 8. Варіанти апроксимації дугою ланцюгової лінії

Трактриси – крива, у якої довжина дотичної a є величиною постійною. Рівняння кривої в прямокутній системі координат для правої гілки: $X = a \ln \frac{a + \sqrt{a^2 - Y^2}}{Y} - \sqrt{a^2 - Y^2}$, де $a = OA = |PM|$.

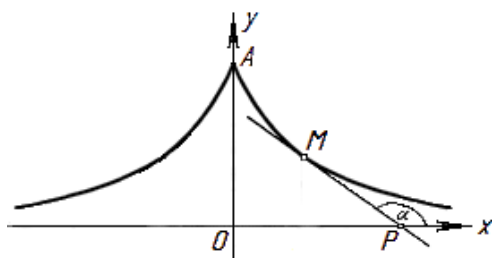


Рис. 9. Трактриси – трансцендентна крива

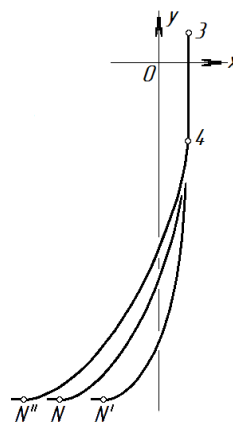


Рис. 10. Варіанти апроксимації дугою трактриси

В точці $A(0, a)$ – точці звороту, тобто при $t = \pi/2$, маємо $a = \pi/2$. P – точка перетину дотичної в точці M з віссю Ox (асимптотою кривої).

Для побудови дискретного ряду точок низу борта необхідно визначити величину дотичної a .

Абсиси точок кривої визначаємо за вище наведеною формулою. Зворотним перетворенням координат встановлюємо координати дискретного ряду точок на ділянці $4-N$. Параметри контура низу борта залежать від абсиси точки 4 (див. рис. 10).

Останній варіант апроксимації низу борта дугою еліпса – алгебраїчною кривою 2-го, або супереліпса 4-го, 6-го, 8-го, 10-го порядків, рівняння яких:

$$\frac{x^n}{a^n} + \frac{y^n}{b^n} = 1, \quad \text{або, наприклад,} \quad \frac{x^8}{a^8} + \frac{y^8}{b^8} = 1.$$

Для $n > 2$ опуклість кривої збільшується та при $n \rightarrow \infty$ крива наближається до прямокутної конфігурації.

На рис. 11 показані варіанти апроксимації дугою еліпса N_2-4 та дугами супереліпсів 4-го, 6-го та 8-го порядку (N_4-4 , N_6-4 та N_8-4).

На рис. 12 показані всі описані вище варіанти художнього оформлення криволінійного контуру низу борта, а саме: трактрисою, ланцюговою лінією, цисоїдою Діоклеса, еліпсом, декартовим листом та супереліпсами 4–8-го порядків.

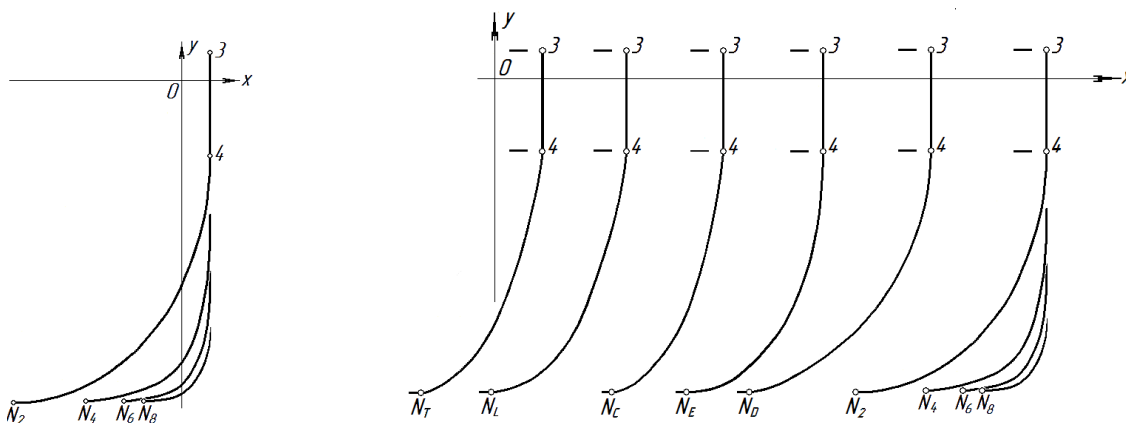


Рис. 11. Еліпс та супереліпси

Рис. 12. Варіанти апроксимації дугами алгебраїчних та трансцендентних кривих

Для зміни конфігурації контуру низу борта необхідно всього 3–5 сек.

Кривими, що апроксимують контур низу борта, можуть бути також дуги циклоїди, гіперболи, параболи тощо.

Вважаємо за доцільне, якщо б дизайнери при розробці своїх нових трендів, послуговувались би геометричною термінологією в найменуванні моделей, яка буде вказувати на модні тенденції нового сезону щодо конструкції одягу. Це, до певної міри, також романтизує стилістичну образність колекції, наприклад, «... в новому весняно-літньому сезоні буде модним одяг – цисоїда Діоклеса, або декартів лист».

Впровадження розробленого програмного забезпечення в процес конструювання одягу дозволить прискорити цикл конструкторської підготовки виробництва.

Найбільш поширеним у сучасних САПРО є використання геометричних об'єктів у параметричній формі. Їх зміна залежить від визначення форми, розмірів, напрямку моди за асортиментним видом одягу та інших факторів. Опис контурів засобами комп'ютерної графіки здійснюється за допомогою аналітичних моделей геометричних образів ліній. Цей опис забезпечує точність задання ліній та дозволяє визначити їх характеристики (кривизну, нахил). Тому математичне подання є найбільш прийнятним способом задання ліній. У геометричному проектуванні апроксимація зводиться до заміни дискретного ряду точок контуру лекал кривими, які виражені через певні функціональні залежності. При цьому математичні методи дозволяють значно скоротити обсяг вхідної інформації про контур та поліпшити його естетичне сприйняття.

ЛІТЕРАТУРА

1. Коблякова Е.Б., Ивлева Г.С., Романов В.Е. и др. Конструирование одежды с элементами САПР: Учебник для вузов, – 4-е изд. – М.: Легпромбытиздат, 1988. – 236 с.
2. Богушко О.А., Малиновський В.І., Святкіна А.Є. Геометрія поверхонь одягу. Підручник для вищих навч. закладів. – К.: Освіта України, 2011. – с. 37 – 39.
3. Сурикова Г.И., Коробов Н.А., Сурикова О.В. Компьютерное проектирование лекал деталей швейных изделий. Швейная промышленность. –2002. – № 2. – с.32 – 34.
4. Оболенская Г.Д., Борисов Е.А., Андреева Е.Г. Комплекс программного обеспечения «Eleandг» для проектирования швейных изделий. Швейная промышленность. – 2005, – № 5. – с.52 – 53.