Побудуємо такий ієрархічний ланцюг на прикладі моделі багатоступінчастої ракети. Реальна одноступінчаста ракета не в змозі розвинути першу космічну швидкість. Причина цьому – витрати пального на розгін непотрібної, відпрацьованої структурної маси. Отже, при русі ракети необхідно періодично позбавлятися від баласту. В практичній конструкції це означає, що ракета складається з декількох ступенів, відкинутих по мірі їх використання.

Нехай m_i– загальна маса i-ступені, λm_i – відповідна структурна маса (при цьому маса палива дорівнює величині (1- λ)m_i), m_p – маса корисного навантаження. Величини λ і швидкість витікання газів однакові для всіх ступенів. Візьмемо для визначеності число ступенів n=3. Початкова маса такої ракети дорівнює:

$$m_0 = m_p + m_1 + m_2 + m_3.$$

Двохступенева ракета придатна для виводу на орбіту деякої корисної маси (але при одній тоні корисного вантажу необхідно мати ракету з вагою 149 тон). Перехід до третього ступеня зменшує масу ракети майже в два рази (але, звичайно, ускладнює її конструкцію) , а чотирьохступенева ракета не має помітних переваг порівняно до трьохступеневої.

Ієрархія математичних моделей часто будується і по протилежному принципу «від складного – до простого». В цьому випадку реалізується шлях «зверху вниз» - із достатньо загальної і складної моделі при відповідних спрощуючих припущеннях виходить послідовність все більше простих (але зі звуженою областю застосування) моделей.

УДК 519.825

ПРОПОРЦІЙНИЙ ПОДІЛ В МЕХАНІЗМІ КОЛЕКТИВНОГО ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ

Студ. М.Є. Гейко, гр. БМР 1-15
Наук. керівник доц. О.Л. Блохін
Київський національний університет технологій та дизайну

Відомий французький фахівець з теорії ігор Ерве Мулен присвятив свою наукову працю питанням справедливого розподілу результатів, отриманих за рахунок кооперації, між учасниками кооперації.

При розгляді завдання розподілу витрат найкраще мати на увазі виробництво неподільного громадського продукту, скажімо будівництво моста або іншого подібного об'єкта колективного користування. Проблема в тому, як розподілити витрати на створення об'єкта.

Модель розподілу прибутку

Завдання поділу прибутку – нехай n агентів отримують від кооперації дохід r > 0. Повні витрати агента i складають c_i>0. Припустимо, що кооперація приносить прибуток, тобто $\sum_{i=1}^{n} c_i \leq r$ Як вона повинна бути поділена?

Оскільки ми нічого не знаємо про значення u(S) проміжної коаліції, припустимо, що S не спроможна створити кооперативного прибутку.

Звичайно, агент, у якого повні витрати перевищують середній рівень, може зауважити, що потрібно розглядати повні витрати агентів як чинники процесу виробництва, в якому дохід є виходом. У першому наближенні цьому процесу відповідають постійні доходи на масштаб, і x одиниць перетворюється в r/$\sum_{i=1}^{n} c_i \cdot x$ одиниць віддачі. Так що кожен агент повинен отримати ту частину випуску, яку він зробив, тобто агент i отримує r·($c_i / \sum_{i=1}^{n} c_i$). Це і є пропорційне рішення. Віддача на одиницю індивідуальних витрат для всіх однакова.

Модель розподілу витрат

Завдання асигнувань на виробництво неподільного громадського продукту. Цей колективний об'єкт (міст) коштує c>0 і приносить дохід $b_i \geq 0$ кожному з його користувачів

i = 1, ..., n. Це простий колективний продукт: агент i витягує b_i одиниць з його споживання незалежно від того, скільки отримують інші агенти. Ми припускаємо, що спорудження об'єкта ефективно: $\sum_{i=1}^{n} b_i \geq c$. Як ми повинні розподілити витрати на нього?

Формально ця модель є симетричною моделлю поділу прибутку - якщо ми розглядаємо b_i як повні витрати агента i, а $\sum_{i=1}^{n} b_i$ як загальний дохід.

Пропорційне рішення підраховує витрати пропорційно доходам, значить, агент i платить $x_i = c \cdot (b_i / \sum_{i=1}^{n} b_i)$. Зауважимо, що частка витрат x_i невід'ємна (ніхто не отримує субсидій за споживання продукту) і обмежена зверху величиною b_i (ніхто не платить більше свого повного доходу).

УДК 519.813.7

МАТРИЧНІ ІГРИ

Студ. А.М. Геник , гр. БЕП 1-15
Наук. керівник доцент Блохін О.Л.
Київський національний університет технологій та дизайну

Матричні ігри — антагоністичні ігри, в яких обидва учасника мають скінчену кількість чистих стратегій.

Якщо перший гравець має m стратегій, а другий гравець — n стратегій, то матрична гра може бути задана $m \times n$-матрицею А = $[a_{ij}]_{m \times n}$ (матрична $m \times n$-гра), де a_{ij} — виграш першого гравця, якщо він обрав свою стратегію i (i = 1, 2, …, m), а другий гравець обрав свою стратегію j (j = 1, 2, …, n). При виборі стратегій в матричних іграх гравцям слід користуватись принципом максіміна. Принцип максіміна полягає в намаганні максимізувати мінімальний виграш.

Слідуючи принципу максіміна, гравці часто вимушені застосовувати змішані стратегії.

Матрична гра завжди має розв'язок в змішаних стратегіях.

Прикладом матричної гри може бути гра в «схованки», яка полягає в наступному.

Другий гравець ховається в одну із n комірок, а перший гравець оглядає одну із них. Якщо він обрав комірку і і другий гравець там є, то перший гравець виявляє другого гравця з ймовірністю p_i; інакше, ймовірність виявлення дорівнює нулю.

Метою першого гравця є максимізація, а другого — мінімізація ймовірності виявлення.

Рішення матричних ігор в чистих стратегіях

Матрична гра двох гравців з нульовою сумою може розглядатися як наступна абстрактна гра двох гравців.

Перший гравець має m стратегій $i = 1,2...,m$, другий має n стратегій $j = 1,2...,n$. Кожній парі стратегій (i, j) поставлено у відповідність число $a_{i,j}$, яке виражає виграш гравця 1 за рахунок гравця 2, якщо перший гравець прийме свою i-ю стратегію, а 2 – свою j-ю стратегію.

Кожний з гравців робить один хід: гравець 1 вибирає свою i-ю стратегію (i=1,m), 2 - свою j-ю стратегію(j=1,n), після чого гравець 1 одержує виграш $a_{i,j}$ за рахунок гравця 2 (якщо $a_{i,j} < 0$, то це значить, що гравець 1 платить другому суму $a_{i,j}$. На цьому гра закінчується.

Кожна стратегія гравця i=1, m; j = 1, n часто називається чистою стратегією.

Загальний порядок розв'язання матричної гри :

* перевірити, чи існує рішення в чистих стратегіях; якщо є, то гра вирішена;
* якщо немає рішення в чистих стратегіях, то виконати домінування;
* знайти рішення в змішаних стратегіях.