

УДК 685.3

**ОСОБЛИВОСТІ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ КОМПЛЕКСУ ЗАДАЧ
ПРОЕКТУВАННЯ СХЕМ РОЗКРОЮ МАТЕРІАЛІВ РУЛОННОГО ТИПУ
НА ДЕТАЛІ ВЗУТТЯ**

В.В. БУРА

Київський національний університет технологій та дизайну

У статті йдеться про особливості математичних моделей та алгоритмів розв'язання технологічних задач проектування схем розкрою матеріалів рулонного типу на деталі взуття, які дозволяють створити програмне забезпечення, повністю автоматизуючи цей процес, виключивши інтерактивну компоненту

У взуттєвому виробництві важливою і досить складною є задача проектування оптимальних схем розкрою взуттєвих матеріалів, яка вже десятки років привертає до себе увагу не тільки інженерів-технологів, а й математиків у спробах створити універсальну математичну модель цієї задачі та розробити ефективний алгоритм її розв'язання, який би дозволив повністю автоматизувати процес пошуку розв'язку, будучи втіленим у відповідне програмне забезпечення.

Об'єкти та методи дослідження

Об'єктом дослідження є проектування схем розкрою рулонних матеріалів на деталі взуття в автоматичному режимі. Методами дослідження є математичні методи формування решітчастих укладок геометричних об'єктів на площині та в обмеженій області на основі вектор-функції щільного розміщення об'єктів.

Постановка завдання

Наша мета – структурувати комплекс задач проектування схем розкрою матеріалів рулонного типу на деталі взуття на основі єдиного підходу до побудови їх математичних моделей, продемонструвавши сучасну методологію побудови основних компонентів математичних моделей технологічних задач такого класу та показати повноту охопту можливих варіантів розглядуваної задачі, важливих з технологічної точки зору.

Завдання. Побудувати математичну модель технологічної задачі пошуку найкращої схеми розкрою матеріалу рулонного типу на деталі взуття, яка формулюється так:

З множини рулонних матеріалів $\Omega_m, m = 1, 2, \dots, k$, та можливих суміщень заданої взуттєвої деталі S визначити такий рулон Ω^ і таке конкретне суміщення деталей S , для яких схема розкрою рулону Ω^* на деталі S забезпечує найменші сумарні відходи матеріалу при його розкрої з урахуванням всіх технологічних умов та обмежень.*

Однією з технологічних умов може бути обмеження на орієнтацію деталей відносно матеріалу в залежності від необхідності забезпечення певних фізико-механічних властивостей викроюваних деталей.

Особливу увагу слід звернути на ще одну умову, виконання якої є обов'язковим при проектуванні схем розкрою, але яку на технологічному рівні, як правило, явно не формулюють (оскільки дана умова сприймається як дещо, що само по собі є зрозумілим) – це умова взаємного неперетину деталей у розкрійних схемах.

Результати та їх обговорення

Математична модель технологічної задачі - це відображення технологічних об'єктів та процедур у простір математичних понять та операцій, які адекватно відображають суть технологічної задачі.

Математичною інформацією про технологічні об'єкти та обмеження є числові множини та аналітичні співвідношення, для отримання яких необхідно ввести координатні системи, зв'язані з тими технологічними об'єктами, які фігурують у задачі. При побудові математичної моделі поставленої задачі знадобляться такі координатні системи: місцева координатна система XO_0Y , яка жорстко зв'язана із взуттєвою деталлю S_0 , де O_0 – полюс деталі, розташований у зафіксованій внутрішній точці; координатна система $XO_\Omega Y$, зв'язана з рулоном Ω , координатні осі якої спрямовані вздовж його країв, а рулон Ω розташований у першому квадранті, та координатна система XOY , закріплена на площині. Будемо вважати, що відповідні координатні осі всіх перелічених координатних систем в початковому положенні мають однаковий напрям.

Взуттєва деталь S з математичної точки зору - це деяка обмежена множина точок на площині, границею якої є крива лінія – контур цієї взуттєвої деталі. Для формування інформації про контур деталі S скористаємося методом кусково-лінійної апроксимації кривих. Координати послідовності зафіксованих на контурі деталі точок, визначені в системі XO_0Y , утворюють числовий масив $(x_i^S, y_i^S), i = 1, 2, \dots, n_S$, який відображає геометричні особливості форми взуттєвої деталі і дозволяє, в разі необхідності, візуалізувати деталь у вигляді рисунку. Для розрізнення в подальшому не повернуту (задану, базову) деталь будемо позначати через $S(0)$, а повернуту на кут α позначимо через $S(\alpha)$.

Рулон Ω матеріалу з розмірами h – ширина, l – довжина з математичної точки зору є замкненою прямокутною областю, до якої належать точки з координатами (x, y) , які в системі координат $XO_\Omega Y$, задовольняють нерівностям $0 \leq x \leq h, 0 \leq y \leq l$.

Різні типи суміщень взуттєвих деталей (без повороту, з поворотом в ряду та на 180° , з поворотом на інший кут), які використовуються при формуванні системних (рядних) розміщень деталей в схемах розкрою, з математичної точки зору є решітчастими укладками геометричних фігур – одинарними чи подвійними.

Система пронумерованих точок O_{nm} , радіуси-вектори яких визначені співвідношенням $\vec{r}_{nm} = n \cdot \vec{a}_1 + m \cdot \vec{a}_2, n, m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, в математиці називається решіткою і позначається $\Lambda = \Lambda(\vec{a}_1, \vec{a}_2)$, де вектори \vec{a}_1, \vec{a}_2 є неколінеарними і визначають основний паралелограм решітки - її базис. Нульовому вектору $\vec{r}_{00} = \vec{0}$ відповідає на площині точка O_{00} . Точки O_{nm} називаються вузловими точками решітки.

Якщо на площині задано дві решітки з однаковими базисами (\vec{a}_1, \vec{a}_2) , причому одна решітка зсунута відносно іншої на такий вектор \vec{g} , що вузлові точки решіток не співпадають, тобто

$$\begin{aligned} \Lambda'(\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{0}) &\leftrightarrow \{O'_{nm} : r'_{nm} = n\vec{a}_1 + m\vec{a}_2, \quad n, m = 0, \pm 1, 2, \dots\} \\ \Lambda''(\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{g}) &\leftrightarrow \{O''_{nm} : r''_{nm} = n\vec{a}_1 + m\vec{a}_2 + \vec{g}, \quad n, m = 0, \pm 1, 2, \dots\} \end{aligned}$$

і $r'_{nm} \neq r''_{kp}$ при будь-яких значеннях n, m, k, p , то об'єднання їх утворює подвійну решітку

$$W(\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{g}) = \Lambda'(\vec{a}_1, \vec{a}_2) \cup \Lambda''(\vec{a}_1, \vec{a}_2),$$

Домовимося запис $(S + \vec{a})$ сприймати як деталь, отриману зсувом (трансляцією) кожної точки деталі S на вектор \vec{a} . Тоді сукупність деталей

$$\bigcup_{n,m} (S(0) + \vec{r}_{nm}) = \bigcup_{n,m} (S(0) + n\vec{a}_1 + m\vec{a}_2), \quad n, m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

утворює на площині укладку однакових та однаково орієнтованих деталей $S(0)$, якщо при цьому виконуються умови взаємного неперетину деталей (одинарну решітчасту укладку).

Подвійна решітчаста укладка конструюється як об'єднання двох одинарних укладок, створеними за однаковими решітками таким чином, що у вузлових точках кожної з решіток розміщені полюси тільки деталей однакової орієнтації $S(0)$ або $S(\alpha)$, тобто має вигляд:

$$\left(\bigcup_{n,m} (S(0) + \vec{r}'_{nm}) \right) \cup \left(\bigcup_{n,m} (S(\alpha) + \vec{r}'_{nm} + \vec{g}) \right), \quad n, m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

при умові, що ніяка пара деталей, які належать укладці, не перетинається.

Всі типи суміщень взуттєвих деталей, які пов'язані з поворотом деталей на певний кут α , можуть бути сформовані як подвійні решітчасті укладки.

Акцентуємо увагу на тому, що не будь-які решітки можуть бути використані для формування укладок деталі S , а тільки такі, в укладках за якими виконуються умови взаємного неперетину деталей. Такі решітки називаються допустимими для формування укладок деталі S . Підкреслимо, що допустимих решіток нескінченно багато.

Особливості математичних моделей технологічних задач, про які йде мова, полягають в тому, що з математичної точки зору ці задачі є нестандартними оптимізаційними високоінформативними задачами геометричного характеру за своєю суттю. Складна в більшості випадків геометрична конфігурація взуттєвих деталей породжує значні труднощі при формулюванні в аналітичному вигляді та створенні числового відображення умов взаємного неперетину деталей при формуванні їх укладок. Суттєвих успіхів у подоланні зазначених труднощів вдалося досягти тільки після введення поняття спеціальної функції - *вектор-функції щільного розміщення геометричних об'єктів* [1]. Це дозволило на задачі конструювання укладок деталей подивитися зовсім під іншим кутом зору, формуючи на основі інформації про конфігурацію розміщуваних деталей інформацію іншого характеру, а саме – інформацію про те, як слід розташовувати полюси деталей, щоб у сформованих укладках не тільки виконувалися умови взаємного неперетину деталей, але і забезпечувалася щільність укладок.

Якщо для пари деталей $S(0)$ та $S(\alpha)$ розрахувати вектор-функцію щільного розміщення деталі $S(\alpha)$ по відношенню до деталі $S(0)$, то годограф $\Gamma_{0\alpha}$ цієї вектор-функції є множиною можливих місць розташування полюса деталі $S(\alpha)$ відносно полюса деталі $S(0)$, при якому деталі щільно притискаються одна до одної, а внутрішні точки області $\Phi_{0\alpha}$, що обмежена годографом $\Gamma_{0\alpha}$, є забороненими для розташування полюса деталі $S(\alpha)$, оскільки при цьому деталі $S(0)$ та $S(\alpha)$ перетинаються.

Слід зауважити, що процедура розрахунку значень вектор-функцій щільного розміщення для геометричних об'єктів складної форми є теж складною, але у випадку, коли об'єкти є однозв'язними

многокутниками (будь-якої складної конфігурації) розроблені алгоритми, за якими необхідні розрахунки можуть бути реалізованими. Зауважимо, що годограф вектор-функції щільного розміщення многокутних об'єктів є замкненою ламаною лінією, тобто теж є многокутником

При побудові математичної моделі будь-якої оптимізаційної задачі ключовою є процедура конструювання області можливих розв'язків. В нашому випадку ядром областей допустимих розв'язків є інформація про повні множини допустимих решіток, що визначають кожен із типів щільних укладок взуттєвих деталей.

Базиси решіток $\Lambda(\vec{a}_1, \vec{a}_2)$, допустимих для конструювання укладок однаково орієнтованих деталей $S(0)$, формуються з радіусів-векторів точок годографа Γ_{00} вектор-функції щільного розміщення пари деталей $S(0)$. Повна множина M_Λ базисів допустимих решіток в цьому випадку складається з пар векторів (\vec{a}_1, \vec{a}_2) , сформованих таким чином: вектор \vec{a}_1 пробігає всі значення радіусів-векторів точок годографа Γ_{00} , розташованих в півплощині $y \geq 0$; кожному вектору \vec{a}_1 відповідає множина значень парного вектора \vec{a}_2 , що складається з радіусів-векторів тих точок годографа Γ_{00} , що розташовані зовні заборонених областей $(\Phi_{00} \pm \vec{a}_1)$ (і знаходяться в лівій півплощині від прямої $\vec{r}(t) = \vec{a}_1 t, -\infty < t < \infty$).

Трійки векторів, що визначають подвійні решітки $W(\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{g})$, допустимі для конструювання укладок деталей $S(0)$ та $S(\alpha)$, формуються із значень радіусів-векторів точок годографів $\Gamma_{00}, \Gamma_{\alpha\alpha}, \Gamma_{0\alpha}$, вектор-функції щільного розміщення відповідних пар деталей (зауважимо, що при $\alpha = \pi$ маємо $\Gamma_{00} = \Gamma_{\pi\pi}$). Повна множина M_W трійок векторів, що визначають допустимі подвійні решітки, формується таким чином:

- вектор \vec{a}_1 приймає значення радіусів-векторів точок годографів Γ_{00} та $\Gamma_{\alpha\alpha}$, які належать границі області $\Phi_{00} \cup \Phi_{\alpha\alpha}$;
- вектори \vec{g} та \vec{p} приймають значення радіусів-векторів точок годографа $\Gamma_{0\alpha}$, які розташовані зовні заборонених областей $(\Phi_{0\alpha} \pm \vec{a}_1)$ та знаходяться по різні сторони від прямої $\vec{r}(t) = \vec{a}_1 t, -\infty < t < \infty$; вектор $\vec{a}_2 = \vec{g} - \vec{p}$.

Математична процедура процесу формування інформації про конкретну схему розкрою прямокутного матеріалу Ω_m з розмірами (h_m, l_m) на взуттєві деталі S , які укладені за фіксованою допустимою решіткою з множини M_Λ або з множини M_W , полягає у формуванні за параметрами обраної решітки масивів координат полюсів деталей $S(0)$ в першому випадку та полюсів деталей $S(0)$ і деталей $S(\alpha)$ – в другому випадку, які повністю розмістилися в межах області Ω_m . Координати полюсів деталей обчислюються в координатній системі $XO_{\Omega_m}Y$ з урахуванням можливих мінімальних відстаней полюсів деталей $S(0)$ та $S(\alpha)$ до країв матеріалу, що забезпечують розташування відповідних деталей в межах матеріалу. Зауважимо, що в математичну модель задачі слід ввести процедуру підрахунку значень опорної функції $H(\varphi), 0 < \varphi < 2\pi$, для деталі $S(0)$, за значеннями якою встановлюють необхідні відстані, про які йшлося вище.

Найбільш економічно прийнятною є схема розкрою, для якої відношення площі матеріалу, покритою деталями, до площі всього матеріалу набуває найбільшого значення.

Якщо в задачі передбачено жорстку орієнтацію взуттєвих деталей на матеріалі, то відповідні координатні осі координатних систем XO_0Y та $XO_{\Omega_m}Y$ повинні мати однаковий напрям.

У разі, якщо орієнтація деталі S не є жорсткою, то в умову задачі вводиться додатковий параметр β – кут між повздовжнім краєм матеріалу і осовою лінією деталі S – та задається діапазон його можливих значень $\beta \in [-\beta_0, +\beta_0]$. Цей параметр визначає величину дозволеного кута між відповідними осями координат координатних систем, одна з яких закріплена на площині, а друга – зв'язана з розкроюваним матеріалом. При пошуку найкращого варіанту орієнтації деталі S відносно матеріалу Ω_m заданий діапазон можливих значень параметра β переглядають з деяким кроком, оцінюючи на кожному кроці коефіцієнт корисного використання матеріалу схеми розкрою та обирають в результаті те значення для β , при якому вказаний коефіцієнт набуває найбільшого значення.

Наявність обмежень на орієнтацію деталей взуття відносно матеріалу впливає на діапазон пошуку розв'язків задачі в двох напрямках:

– по-перше, це обмеження стосується інтервалу можливих значень параметра α – кута повороту деталі S , при формуванні подвійних решітчастих укладок, тобто суттєво зменшує множину M_W ;

– по-друге, це обмеження стосується можливих варіантів взаємної орієнтації укладки, сформованої на площині, та матеріалу при визначенні оптимальної схеми розкрою:

– якщо передбачено жорстку орієнтацію, то $\beta = 0$, $\alpha = 0$ або $\alpha = 180^0$;

– якщо орієнтацію деталі дозволяється змінювати в деякому діапазоні $\beta \in [-\beta_0, +\beta_0]$, то $(-\beta_0 \leq \alpha + \beta \leq \beta_0) \cup (180^0 - \beta_0 \leq \alpha + \beta \leq 180^0 + \beta_0)$;

– при відсутності обмеження на взаємну орієнтацію маємо $-90^0 < \beta \leq 90^0$, $0 \leq \alpha < 360^0$.

Висновки

Таким чином, в запропонованій математичній моделі пошук найбільш економічної схеми розкрою матеріалу рулонного типу на деталі взуття S передбачає: для кожного із рулонів Ω_m заданого набору перегляд множини схем, що породжуються решітками множин M_Λ та M_W , враховуючи діапазон можливих значень кута β взаємної орієнтації матеріалу відносно укладки та кута α можливого повороту деталі в подвійних решітчастих укладках. Створена математична модель охоплює весь спектр технологічних задач проектування схем розкрою рулонних матеріалів на деталі взуття і представляє собою комплекс, в якому кожна конкретна технологічна розглядається як варіант, що виникає із загальної умови при фіксованому значенні відповідних параметрів або звуженої множини їх можливих значень.

Створення єдиного пакету програмного забезпечення на основі запропонованої математичної моделі дозволяє забезпечити повну автоматизацію процесу розв'язання технологічних задач проектування схем розкрою рулонних матеріалів на взуттєві деталі.

ЛІТЕРАТУРА

1. Стоян Ю.Г. Размещение геометрических объектов. – К. Наукова думка, 1975. – 239 с.
2. Фесенко А.Г. Решетчатая укладка плоских геометрических объектов с поворотом на угол π . – Киев: ИК АН УССР, 1980 – 23 с. /АН УССР, Институт кибернетики, Препринт – 80–53/.

Надійшла 13.05.2010

УДК 681.327

**ВПЛИВ ТОПОЛОГІЇ ЕЛЕМЕНТА ІНДИКАЦІЇ НА ЕЛЕКТРООПТИЧНІ
ХАРАКТЕРИСТИКИ МАТРИЧНИХ ПРИСТРОЇВ ВІДОБРАЖЕННЯ
ІНФОРМАЦІЇ**

М.Г. КУЗЬОМКО, Г.М. КЛАПЧЕНКО

Київський національний університет технологій та дизайну

У статті розглянуто теоретичні питання, пов'язані з закономірностями зміни зсуву фаз і згасання напруги при передачі її вздовж шин твердотілого екрану пристрою відображення інформації і впливу міжелектродних зазорів елементів індикації на світловіддачу і зміну контрасту корисного зображення

Ефективність функціонування пристрою відображення інформації (ПВІ) значно залежить від ступеня дискретизації зображення. Чим він вищий, тим більша ймовірність безпомилкового зчитування інформації.

З іншого боку, збільшення кількості ділянок в елементах індикації (ЕІ) приводить до ускладнення ПВІ в цілому, зокрема, технології його виготовлення. Збільшується також площа міжелектродних зазорів, що, вочевидь, впливає на світло- та електротехнічні параметри екрану.

Об'єкти та методи дослідження

Пристрої відображення інформації, якість відображення інформації в залежності від площі міжелектродних зазорів елементів індикації

Постановка завдання

Теоретично дослідити закономірності зміни зсуву фаз і згасання напруги при передачі її вздовж шин ПВІ, а також залежність зміни контрасту та світловіддачі екрану від коефіцієнту використання площі (КВП)

Результати та їх обговорення

Матричні екрани складаються з набору ортогональних шин, які можна представити як систему довгих ліній з розподіленими параметрами. Цей фактор треба враховувати при мультиплексному збудженні ПВІ з великою кількістю рядків та стовбців.

Еквівалентна схема такої лінії для елемента індикації, що складається з 3-х ділянок [1] представлена на рис.1.

В цій схемі прийняті наступні зображення: