

ВИЗНАЧЕННЯ РЕАКЦІЙ В КІНЕМАТИЧНИХ ПАРАХ МЕХАНІЗМІВ ОСНОВОВ'ЯЗАЛЬНИХ МАШИН МЕТОДОМ ВЕКТОРНОГО ПЕРЕТВОРЕННЯ КООРДИНАТ

Б.В. ОРЛОВСЬКИЙ, В.М. ДВОРЖАК

Київський національний університет технологій та дизайну

Розглянуто використання одного з аналітичних методів кінетостатичного дослідження важільних механізмів для дослідження багатоланкових важільних механізмів основов'язальних машин, що складаються з механізму I класу I виду та послідовно приєднаних до нього двоповодкових груп I виду
Об'єкти та методи дослідження

Об'єктом дослідження є реакції в кінематичних парах механізмів. При вирішенні завдань, поставлених у цій роботі, було використаний відомий метод векторного перетворення координат для кінетостатичного дослідження плоских та просторових механізмів [1].

Постановка завдання

Відомі графічні та графоаналітичні методи силового розрахунку важільних механізмів характеризуються гарною наочністю, але при застосуванні у багатоланкових важільних механізмах зазвичай потребують великої кількості побудов та витрат часу, тому нині в час комп'ютерної техніки, вони, як правило, використовуються для перевірки результатів аналітичного розрахунку. З аналітичних методів силового розрахунку важільних механізмів найбільш наочним та крім того й компактним з точки зору представлення математичних залежностей, на нашу думку є векторний метод, в якому кожен ланку та її характерну точку можна описати матрицею. У працях [1,2] в основу кінематичного й силового аналізу механізмів покладено векторний метод. Метод силового аналізу [2], розроблений у Гомельському державному технічному університеті ім. П.О. Сухого на кафедрі сільськогосподарських машин, використано для отримання математичних моделей механізмів сільгоспмашин. Цей метод характеризується гарною наочністю, компактністю запису і може бути застосований для автоматизованого розрахунку з використанням персонального комп'ютера, тому пропонується його використовувати і для силового аналізу багатоланкових шарнірно-важільних механізмів основов'язальних машин. Як досліджуваний візьмемо восьмиланковий механізм коливального руху вушкових голок основов'язальної машини ОВ-7.

Результати та їх обговорення

Для силового аналізу восьмиланкового механізму коливального руху вушкових голок складемо його розрахункову схему (рис. 1).

При створенні математичної моделі механізму за методом векторного перетворення координат з метою можливої універсальності опису всіх вихідних і розрахункових параметрів введемо їх позначення. Вектор, позначений однією літерою латинського алфавіту з відповідним порядковим номером (наприклад, P_1), дає абсолютну (відносну) координату відповідної точки механізму в прийнятій системі координат і буде називатися вектором-точкою. Вектор, позначений однією літерою латинського алфавіту й двома цифрами (наприклад P_{1-2}), дає взаємне розташування двох точок механізму, що мають відповідний порядковий номер (це точки P_1 і P_2) і буде називатися вектором-ланкою.

Початковий механізм містить вектор-ланку кривошип P_{1-2} , до якого приєднуються: перша двоповодкова група Асура, яка складається з векторів-ланок шатуна P_{2-3} та коромисла P_{4-3} ; друга двоповодкова група Асура, яка складається з векторів-ланок шатуна P_{3-5} та коромисла P_{6-5} та третя двоповодкова група Асура, яка, в свою чергу, складається з векторів-ланок шатуна P_{5-7} та коромисла P_{8-7} .

До вектора-ланки коромисла P_{8-7} прикріплюється робочий орган, який визначається вектором ланкою P_{8-9} .

Довжини ланок важільного механізму будуть мати таке позначення: першою йтиме латинська літера l , дві наступні цифри відповідають точкам механізму, які з'єднують цю ланку (наприклад, l_{1-2}).

Кути між ланками механізму мають таке позначення: першою йтиме латинська літера K , потім три цифри, або цифри та літери (наприклад $K_{3-2-S10}$), де середня цифра відповідає вершині кута. Якщо до складу кута входить вісь координат, то відповідна вісь включається в позначення кута (наприклад K_{1-Y-3}).

Лінійні та кутові швидкості або прискорення точок (ланок) механізму будуть позначатися однією літерою V або a , та ω або ε , відповідно, й однією (для вектора-точки механізму) або двома (для вектора-ланки механізму) цифрами (наприклад V_3 , a_3 , ω_{2-3} , ε_{2-3}).

Передаточні відношення в математичних моделях важільних механізмів будуть позначатися латинською літерою i й доповнюватися літерною або цифровою належністю до відповідної точки або ланки (наприклад i_{2-1} , i_2).

Аналіз механізму буде виконуватися в правій декартовій системі координат, де використовуються такі напрямки осей: вісь X спрямована праворуч, вісь Y – вгору, вісь Z – на спостерігача.

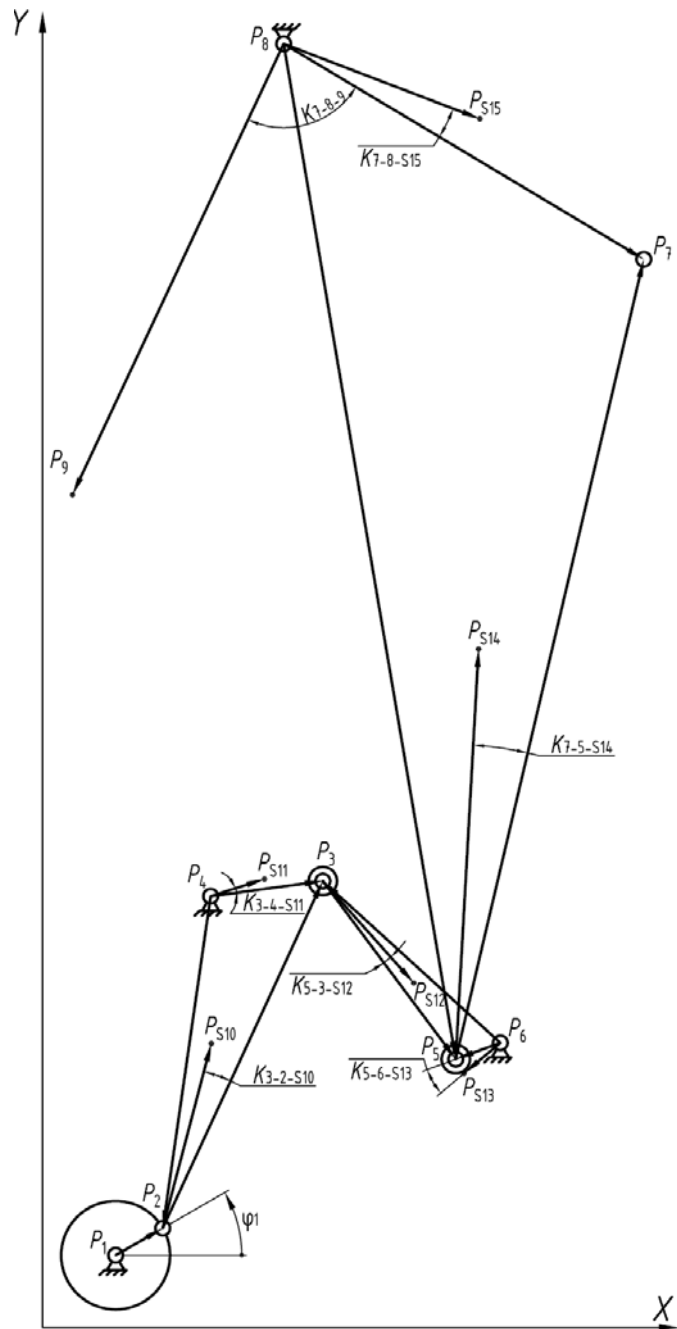


Рис. 1. Розрахункова схема восьмиланкового механізму коливального руху вушкових голок

Серед вихідних даних для силового розрахунку механізму повинні бути кутові прискорення ланок механізму та лінійні прискорення центрів мас ланок, які можна отримати з кінематичного аналізу механізму. З метою отримання функцій кутових прискорень ланок та лінійних прискорень центрів мас ланок спочатку виконаємо кінематичний аналіз механізму.

Відомі є координати всіх стояків механізму (які позначаються векторами-точками P_1, P_4, P_6 та P_8), довжини всіх його ланок ($l_{1-2}, l_{2-3}, l_{3-4}, l_{3-5}, l_{5-6}, l_{5-7}, l_{7-8}$ та довжина відростка коромисла з робочим органом l_{8-9}), відстані та кути, які визначають положення центрів мас ланок (l_{2-S10} та $K_{3-2-S10}$; l_{4-S11} та $K_{3-4-S11}$, l_{3-S12} та $K_{5-3-S12}$; l_{6-S13} та $K_{6-5-S13}$; l_{5-S14} та $K_{7-5-S14}$; l_{8-S15} та $K_{7-8-S15}$), кут повороту кривошипа φ_1 , кутова швидкість кривошипа ω_1 та кутове прискорення кривошипа ε_1 (яке при сталій роботі механізму дорівнює нулю, тобто $\varepsilon_1 = 0 \text{ c}^{-2}$).

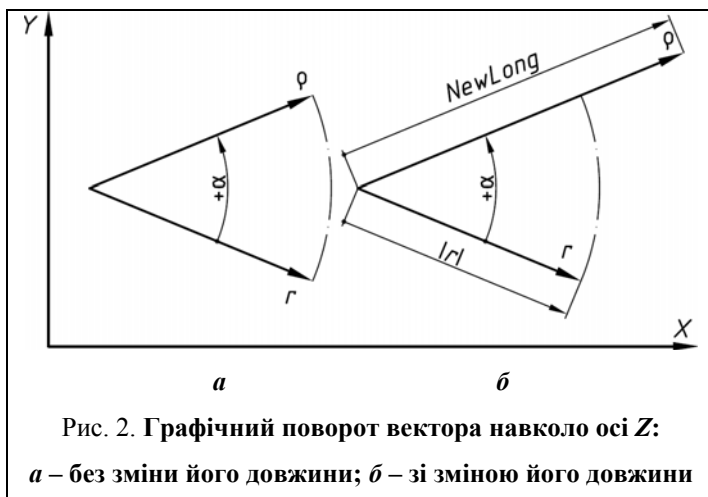
Сформовані вихідні дані, потрібні для проведення кінематичного аналізу важільного механізму, відповідно до прийнятих умовних позначок наведено на рис. 1.

Як відомо з векторного аналізу, якщо вихідний вектор r (рис. 2), що лежить у площині XY , повернути на кут α навколо осі Z зі зміною або без зміни його довжини, то вийде новий вектор ρ , координати якого можна представити таким виразом, який назовемо функцією повороту вектора:

$$\rho(r, \alpha, \text{NewLong}) := \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) & 0 \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \end{pmatrix} \cdot \frac{\text{NewLong}}{|r|}, \quad (1)$$

де r – вихідний вектор, що повертають; α – кут повороту вихідного вектора.

При здійсненні повороту вектора проти годинникової стрілки значення кута α приймається зі знаком «+», при повороті за годинниковою стрілкою – зі знаком «-». NewLong – нова довжина вектора.



У виразі (1) перший множник є матрицею повороту (так звана матриця напрямних косинусів), а елементи, що входять до неї, називаються напрямними косинусами координатних осей. Другий елемент є вихідним вектором, що повертають, а третій елемент – масштабним коефіцієнтом повороту.

На рис. 2 графічно показано поворот вектора r на кут α без зміни його довжини й зі зміною довжини.

Одиничні орти осей координат позначимо так:

$$e_x := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad e_y := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad e_z := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Проведемо геометричний аналіз важільного механізму з обертальним рухом вхідної ланки залежно від зміни узагальненої координати φ_1 , тобто визначимо функції положення всіх його характерних точок (кінематичних пар).

Відповідно до кінематичної схеми, наведеної на рис. 1, прив'язка кута повороту ведучої ланки

здійснюється до осі X , а сам поворот здійснюється за ходом годинникової стрілки.

Складаємо вектори-стовпчики координат стояків P_1, P_4, P_6 та P_8 :

$$P_1 := \begin{pmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad P_4 := \begin{pmatrix} X_4 \\ Y_4 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad P_6 := \begin{pmatrix} X_6 \\ Y_6 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad P_8 := \begin{pmatrix} X_8 \\ Y_8 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Вектори-ланки та вектори-точки механізму I класу I виду та першої приєднаної двоповодкової групи I виду визначаємо з урахуванням виразу (1).

Вектор функції положення кривошипа (вектор-ланка P_{1-2}):

$$P_{1-2} = \begin{pmatrix} \cos(\varphi_1) & -\sin(\varphi_1) & 0 \\ \sin(\varphi_1) & \cos(\varphi_1) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot e_X \cdot \frac{L_{1-2}}{|e_X|}. \quad (4)$$

Функцію положення кінематичної пари кривошип $1-2$ та шатун $2-3$ визначаємо як вектор-точку P_2 , тобто як суму вектора-точки P_1 та вектора-ланки P_{1-2} :

$$P_2 = P_1 + P_{1-2}. \quad (5)$$

Функцію положення вектора змінної довжини P_{4-2} визначаємо як різницю векторів-точок P_2 та P_4 :

$$P_{4-2} = P_2 - P_4. \quad (6)$$

Кут K_{2-4-3} між векторами-ланками P_{4-2} та P_{4-3} :

$$K_{2-4-3} = \arccos \left(\frac{|P_{4-2}|^2 + L_{3-4}^2 - L_{2-3}^2}{2 \cdot |P_{4-2}| \cdot L_{3-4}} \right). \quad (7)$$

Вектор функції положення коромисла (вектор-ланка P_{4-3}):

$$P_{4-3} = \begin{pmatrix} \cos(-W \cdot K_{2-4-3}) & -\sin(-W \cdot K_{2-4-3}) & 0 \\ \sin(-W \cdot K_{2-4-3}) & \cos(-W \cdot K_{2-4-3}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot P_{4-2} \cdot \frac{L_{3-4}}{|P_{4-2}|}, \quad (8)$$

де W – параметр, який визначає варіант складання двоповодкової групи. Він може приймати значення $+1$ та -1 . Знак параметра W вибирається за таким правилом: якщо обхід діади, починаючи від початкового механізму, виконується за годинниковою стрілкою, то параметр $W = +1$, якщо ж проти $-W = -1$. Для першої приєднаної двоповодкової групи механізму, який досліджується, $W = -1$.

Функцію положення кінематичної пари «шатун $2-3$ » та «коромисло $3-4$ » визначаємо як вектор-точку P_3 , тобто як суму вектора-точки P_4 та вектора-ланки P_{4-3} :

$$P_3 = P_4 + P_{4-3}. \quad (9)$$

Визначаємо функції положення векторів-ланок та векторів-точок другої приєднаної двоповодкової групи I виду.

Спочатку визначаємо функцію положення вектора змінної довжини P_{6-3} як різницю векторів-точок P_3 та P_6 :

$$P_{6-3} = P_3 - P_6. \quad (10)$$

Кут K_{3-6-5} між векторами-ланками P_{6-3} та P_{6-5} :

$$K_{3-6-5} = \arccos \left(\frac{|P_{6-3}|^2 + L_{5-6}^2 - L_{3-5}^2}{2 \cdot |P_{6-3}| \cdot L_{5-6}} \right). \quad (11)$$

Вектор функції положення коромисла (вектор-ланка P_{6-5}):

$$P_{6-5} = \begin{pmatrix} \cos(-W \cdot K_{3-6-5}) & -\sin(-W \cdot K_{3-6-5}) & 0 \\ \sin(-W \cdot K_{3-6-5}) & \cos(-W \cdot K_{3-6-5}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot P_{6-3} \cdot \frac{L_{5-6}}{|P_{6-3}|}, \quad (12)$$

де $W = -1$.

Функцію положення кінематичної пари шатун 3-5 та коромисло 5-6 визначаємо як вектор-точку P_5 , тобто як суму вектора-точки P_6 та вектора-ланки P_{6-5} :

$$P_5 = P_6 + P_{6-5}. \quad (13)$$

Визначаємо функції положення векторів-ланок та векторів-точок третьої приєднаної двоповодкової групи I виду.

Спочатку визначаємо функцію положення вектора змінної довжини P_{8-5} як різницю векторів-точок P_5 та P_8 :

$$P_{8-5} = P_5 - P_8. \quad (14)$$

Кут K_{5-8-7} між векторами-ланками P_{8-5} та P_{8-7} :

$$K_{5-8-7} = \arccos \left(\frac{|P_{8-5}|^2 + L_{7-8}^2 - L_{5-7}^2}{2 \cdot |P_{8-5}| \cdot L_{7-8}} \right). \quad (15)$$

Функція положення коромисла (вектор-ланка P_{8-7}):

$$P_{8-7} = \begin{pmatrix} \cos(-W \cdot K_{5-8-7}) & -\sin(-W \cdot K_{5-8-7}) & 0 \\ \sin(-W \cdot K_{5-8-7}) & \cos(-W \cdot K_{5-8-7}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot P_{8-5} \cdot \frac{L_{7-8}}{|P_{8-5}|}, \quad (16)$$

де $W = -1$.

Функцію положення кінематичної пари шатун 5-7 та коромисло 7-8 визначаємо як вектор-точку P_7 , тобто як суму вектора-точки P_8 та вектора-ланки P_{8-7} :

$$P_7 = P_8 + P_{8-7}. \quad (17)$$

Функцію положення вектора-ланки P_{8-9} робочого органа та вектора-точки P_8 , яка визначає координати робочого органа, знайдемо з виразів (18) та (19):

$$P_{8-9} = \begin{pmatrix} \cos(K_{7-8-9}) & -\sin(K_{7-8-9}) & 0 \\ \sin(K_{7-8-9}) & \cos(K_{7-8-9}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot P_{8-7} \cdot \frac{L_{8-9}}{|P_{8-7}|}, \quad (18)$$

$$P_9 = P_8 + P_{8-9}. \quad (19)$$

Аналоги лінійних швидкостей V_{ai} , аналоги кутових швидкостей ω_{ai} та кутові швидкості (ω_i)

векторів-ланок P_{2-3} , P_{4-3} , P_{3-5} , P_{6-5} , P_{5-7} та P_{8-7} визначимо з урахуванням векторів-ланок P_{2-3} , P_{3-5} та P_{5-7} :

$$V_{a2-3} = \begin{pmatrix} \frac{d(P_{2-3})_X}{d\varphi_1} \\ \frac{d(P_{2-3})_Y}{d\varphi_1} \\ \frac{d(P_{2-3})_Z}{d\varphi_1} \end{pmatrix}; \quad V_{a4-3} = \begin{pmatrix} \frac{d(P_{4-3})_X}{d\varphi_1} \\ \frac{d(P_{4-3})_Y}{d\varphi_1} \\ \frac{d(P_{4-3})_Z}{d\varphi_1} \end{pmatrix}; \quad V_{a3-5} = \begin{pmatrix} \frac{d(P_{3-5})_X}{d\varphi_1} \\ \frac{d(P_{3-5})_Y}{d\varphi_1} \\ \frac{d(P_{3-5})_Z}{d\varphi_1} \end{pmatrix}; \quad (20)$$

$$V_{a6-5} = \begin{pmatrix} \frac{d(P_{6-5})_X}{d\varphi_1} \\ \frac{d(P_{6-5})_Y}{d\varphi_1} \\ \frac{d(P_{6-5})_Z}{d\varphi_1} \end{pmatrix}; \quad V_{a5-7} = \begin{pmatrix} \frac{d(P_{5-7})_X}{d\varphi_1} \\ \frac{d(P_{5-7})_Y}{d\varphi_1} \\ \frac{d(P_{5-7})_Z}{d\varphi_1} \end{pmatrix}; \quad V_{a8-7} = \begin{pmatrix} \frac{d(P_{8-7})_X}{d\varphi_1} \\ \frac{d(P_{8-7})_Y}{d\varphi_1} \\ \frac{d(P_{8-7})_Z}{d\varphi_1} \end{pmatrix}; \quad (21)$$

де

$$P_{2-3} = P_3 - P_2; \quad P_{3-5} = P_5 - P_3; \quad P_{5-7} = P_7 - P_5; \quad (22)$$

$$\omega_a(r, V_a) := \frac{Ort(r) \times V_a}{|r|}. \quad (23)$$

Вирази для визначення аналогів і дійсних значень кутових швидкостей ланок:

$$\omega_{a2-3} = \frac{Ort(P_{2-3}) \times V_{a2-3}}{|P_{2-3}|}; \quad \omega_{a4-3} = \frac{Ort(P_{4-3}) \times V_{a4-3}}{|P_{4-3}|}; \quad \omega_{a3-5} = \frac{Ort(P_{3-5}) \times V_{a3-5}}{|P_{3-5}|}; \quad (24)$$

$$\omega_{a6-5} = \frac{Ort(P_{6-5}) \times V_{a6-5}}{|P_{6-5}|}; \quad \omega_{a5-7} = \frac{Ort(P_{5-7}) \times V_{a5-7}}{|P_{5-7}|}; \quad \omega_{a8-7} = \frac{Ort(P_{8-7}) \times V_{a8-7}}{|P_{8-7}|}; \quad (25)$$

$$\omega_{2-3} = \omega_{a2-3} \cdot \omega_1; \quad \omega_{4-3} = \omega_{a4-3} \cdot \omega_1; \quad \omega_{3-5} = \omega_{a3-5} \cdot \omega_1; \quad (26)$$

$$\omega_{6-5} = \omega_{a6-5} \cdot \omega_1; \quad \omega_{5-7} = \omega_{a5-7} \cdot \omega_1; \quad \omega_{8-7} = \omega_{a8-7} \cdot \omega_1. \quad (27)$$

Вирази для визначення аналогів лінійних прискорень a_{ai} та аналогів кутових прискорень ε_{ai} векторів-ланок P_{2-3} , P_{4-3} , P_{3-5} , P_{6-5} , P_{5-7} та P_{8-7} :

$$a_{a2-3} = \begin{pmatrix} \frac{d^2(P_{2-3})_X}{d\varphi_1^2} \\ \frac{d^2(P_{2-3})_Y}{d\varphi_1^2} \\ \frac{d^2(P_{2-3})_Z}{d\varphi_1^2} \end{pmatrix}; \quad a_{a4-3} = \begin{pmatrix} \frac{d^2(P_{4-3})_X}{d\varphi_1^2} \\ \frac{d^2(P_{4-3})_Y}{d\varphi_1^2} \\ \frac{d^2(P_{4-3})_Z}{d\varphi_1^2} \end{pmatrix}; \quad a_{a3-5} = \begin{pmatrix} \frac{d^2(P_{3-5})_X}{d\varphi_1^2} \\ \frac{d^2(P_{3-5})_Y}{d\varphi_1^2} \\ \frac{d^2(P_{3-5})_Z}{d\varphi_1^2} \end{pmatrix}; \quad (28)$$

$$a_{a6-5} = \begin{pmatrix} \frac{d^2(P_{6-5})_X}{d\varphi_1^2} \\ \frac{d^2(P_{6-5})_Y}{d\varphi_1^2} \\ \frac{d^2(P_{6-5})_Z}{d\varphi_1^2} \end{pmatrix}; \quad a_{a5-7} = \begin{pmatrix} \frac{d^2(P_{5-7})_X}{d\varphi_1^2} \\ \frac{d^2(P_{5-7})_Y}{d\varphi_1^2} \\ \frac{d^2(P_{5-7})_Z}{d\varphi_1^2} \end{pmatrix}; \quad a_{a8-7} = \begin{pmatrix} \frac{d^2(P_{8-7})_X}{d\varphi_1^2} \\ \frac{d^2(P_{8-7})_Y}{d\varphi_1^2} \\ \frac{d^2(P_{8-7})_Z}{d\varphi_1^2} \end{pmatrix}. \quad (29)$$

$$\varepsilon_{a2-3} = \frac{Ort(P_{2-3}) \times a_{a2-3}}{|P_{2-3}|}; \quad \varepsilon_{a4-3} = \frac{Ort(P_{4-3}) \times a_{a4-3}}{|P_{4-3}|}; \quad \varepsilon_{a3-5} = \frac{Ort(P_{3-5}) \times a_{a3-5}}{|P_{3-5}|}; \quad (30)$$

$$\varepsilon_{a6-5} = \frac{Ort(P_{6-5}) \times a_{a6-5}}{|P_{6-5}|}; \quad \varepsilon_{a5-7} = \frac{Ort(P_{5-7}) \times a_{a5-7}}{|P_{5-7}|}; \quad \varepsilon_{a8-7} = \frac{Ort(P_{8-7}) \times a_{a8-7}}{|P_{8-7}|}. \quad (31)$$

Тоді дійсні значення кутових прискорень ланок мають такий вигляд:

$$\varepsilon_{2-3} = \varepsilon_{a2-3} \cdot \omega_1^2 + \omega_{a2-3} \cdot \varepsilon_1; \quad \varepsilon_{4-3} = \varepsilon_{a4-3} \cdot \omega_1^2 + \omega_{a4-3} \cdot \varepsilon_1; \quad (32)$$

$$\varepsilon_{3-5} = \varepsilon_{a3-5} \cdot \omega_1^2 + \omega_{a3-5} \cdot \varepsilon_1; \quad \varepsilon_{6-5} = \varepsilon_{a6-5} \cdot \omega_1^2 + \omega_{a6-5} \cdot \varepsilon_1; \quad (33)$$

$$\varepsilon_{5-7} = \varepsilon_{a5-7} \cdot \omega_1^2 + \omega_{a5-7} \cdot \varepsilon_1; \quad \varepsilon_{8-7} = \varepsilon_{a8-7} \cdot \omega_1^2 + \omega_{a8-7} \cdot \varepsilon_1. \quad (34)$$

Визначимо вектори точки та вектори-ланки, що визначають центри мас ланок механізму. Для шатуна P_{2-3} вектор-ланку його центра мас P_{2-S10} та вектор-точку центра мас P_{S10} визначаємо за такими формулами:

$$P_{2-S10} = \begin{pmatrix} \cos(K_{3-2-S10}) & -\sin(K_{3-2-S10}) & 0 \\ \sin(K_{3-2-S10}) & \cos(K_{3-2-S10}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot P_{2-3} \cdot \frac{L_{2-S10}}{|P_{2-3}|}; \quad (35)$$

$$P_{S10} = P_2 + P_{2-S10}. \quad (36)$$

Для коромисла P_{4-3} вектор-ланку його центра мас P_{4-S11} та вектор-точку центра мас P_{S11} визначаємо за формулами (37) і (38):

$$P_{4-S11} = \begin{pmatrix} \cos(K_{3-4-S11}) & -\sin(K_{3-4-S11}) & 0 \\ \sin(K_{3-4-S11}) & \cos(K_{3-4-S11}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot P_{4-3} \cdot \frac{L_{4-S11}}{|P_{4-3}|}; \quad (37)$$

$$P_{S11} = P_4 + P_{4-S11}. \quad (38)$$

Для шатуна P_{3-5} вектор-ланку його центра мас P_{3-S12} та вектор-точку центра мас P_{S12} визначаємо за формулами (39) і (40):

$$P_{3-S12} = \begin{pmatrix} \cos(K_{5-3-S12}) & -\sin(K_{5-3-S12}) & 0 \\ \sin(K_{5-3-S12}) & \cos(K_{5-3-S12}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot P_{3-5} \cdot \frac{L_{3-S12}}{|P_{3-5}|}; \quad (39)$$

$$P_{S12} = P_3 + P_{3-S12}. \quad (40)$$

Для коромисла P_{6-5} вектор-ланку його центра мас P_{6-S13} та вектор-точку центра мас P_{S13} визначаємо за формулами (41) і (42):

$$P_{6-S13} = \begin{pmatrix} \cos(K_{6-5-S13}) & -\sin(K_{6-5-S13}) & 0 \\ \sin(K_{6-5-S13}) & \cos(K_{6-5-S13}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot P_{6-5} \cdot \frac{L_{6-S13}}{|P_{6-5}|}; \quad (41)$$

$$P_{S13} = P_6 + P_{6-S13}. \quad (42)$$

Для шатуна P_{5-7} вектор-ланку його центра мас P_{5-S14} та вектор-точку центра мас P_{S14} визначаємо за формулами (43) і (44):

$$P_{5-S14} = \begin{pmatrix} \cos(K_{7-5-S14}) & -\sin(K_{7-5-S14}) & 0 \\ \sin(K_{7-5-S14}) & \cos(K_{7-5-S14}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot P_{5-7} \cdot \frac{L_{5-S14}}{|P_{5-7}|}; \quad (43)$$

$$P_{S14} = P_5 + P_{5-S14}. \quad (44)$$

Для коромисла P_{8-7} вектор-ланку його центра мас P_{8-S15} та вектор-точку P_{S15} визначаємо за формулами (45) і (46):

$$P_{8-S15} = \begin{pmatrix} \cos(K_{8-7-S15}) & -\sin(K_{8-7-S15}) & 0 \\ \sin(K_{8-7-S15}) & \cos(K_{8-7-S15}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot P_{8-7} \cdot \frac{L_{8-S15}}{|P_{8-7}|}. \quad (45)$$

$$P_{S15} = P_8 + P_{8-S15}. \quad (46)$$

З урахуванням формул (35)...(46) вирази для визначення лінійних прискорень центрів мас ланок механізму набувають вигляду:

$$a_{S10} = \begin{pmatrix} \frac{d^2(P_{S10})_X}{d\varphi_1^2} \cdot \omega_1^2 + \frac{d(P_{S10})_X}{d\varphi_1} \cdot \varepsilon_1 \\ \frac{d^2(P_{S10})_Y}{d\varphi_1^2} \cdot \omega_1^2 + \frac{d(P_{S10})_Y}{d\varphi_1} \cdot \varepsilon_1 \\ \frac{d^2(P_{S10})_Z}{d\varphi_1^2} \cdot \omega_1^2 + \frac{d(P_{S10})_Z}{d\varphi_1} \cdot \varepsilon_1 \end{pmatrix}; \quad a_{S11} = \begin{pmatrix} \frac{d^2(P_{S11})_X}{d\varphi_1^2} \cdot \omega_1^2 + \frac{d(P_{S11})_X}{d\varphi_1} \cdot \varepsilon_1 \\ \frac{d^2(P_{S11})_Y}{d\varphi_1^2} \cdot \omega_1^2 + \frac{d(P_{S11})_Y}{d\varphi_1} \cdot \varepsilon_1 \\ \frac{d^2(P_{S11})_Z}{d\varphi_1^2} \cdot \omega_1^2 + \frac{d(P_{S11})_Z}{d\varphi_1} \cdot \varepsilon_1 \end{pmatrix}; \quad (47)$$

$$a_{S12} = \begin{pmatrix} \frac{d^2(P_{S12})_X}{d\varphi_1^2} \cdot \omega_1^2 + \frac{d(P_{S12})_X}{d\varphi_1} \cdot \varepsilon_1 \\ \frac{d^2(P_{S12})_Y}{d\varphi_1^2} \cdot \omega_1^2 + \frac{d(P_{S12})_Y}{d\varphi_1} \cdot \varepsilon_1 \\ \frac{d^2(P_{S12})_Z}{d\varphi_1^2} \cdot \omega_1^2 + \frac{d(P_{S12})_Z}{d\varphi_1} \cdot \varepsilon_1 \end{pmatrix}; \quad a_{S13} = \begin{pmatrix} \frac{d^2(P_{S13})_X}{d\varphi_1^2} \cdot \omega_1^2 + \frac{d(P_{S13})_X}{d\varphi_1} \cdot \varepsilon_1 \\ \frac{d^2(P_{S13})_Y}{d\varphi_1^2} \cdot \omega_1^2 + \frac{d(P_{S13})_Y}{d\varphi_1} \cdot \varepsilon_1 \\ \frac{d^2(P_{S13})_Z}{d\varphi_1^2} \cdot \omega_1^2 + \frac{d(P_{S13})_Z}{d\varphi_1} \cdot \varepsilon_1 \end{pmatrix}; \quad (48)$$

$$a_{S14} = \begin{pmatrix} \frac{d^2(P_{S14})_X}{d\varphi_1^2} \cdot \omega_1^2 + \frac{d(P_{S14})_X}{d\varphi_1} \cdot \varepsilon_1 \\ \frac{d^2(P_{S14})_Y}{d\varphi_1^2} \cdot \omega_1^2 + \frac{d(P_{S14})_Y}{d\varphi_1} \cdot \varepsilon_1 \\ \frac{d^2(P_{S14})_Z}{d\varphi_1^2} \cdot \omega_1^2 + \frac{d(P_{S14})_Z}{d\varphi_1} \cdot \varepsilon_1 \end{pmatrix}; \quad a_{S15} = \begin{pmatrix} \frac{d^2(P_{S15})_X}{d\varphi_1^2} \cdot \omega_1^2 + \frac{d(P_{S15})_X}{d\varphi_1} \cdot \varepsilon_1 \\ \frac{d^2(P_{S15})_Y}{d\varphi_1^2} \cdot \omega_1^2 + \frac{d(P_{S15})_Y}{d\varphi_1} \cdot \varepsilon_1 \\ \frac{d^2(P_{S15})_Z}{d\varphi_1^2} \cdot \omega_1^2 + \frac{d(P_{S15})_Z}{d\varphi_1} \cdot \varepsilon_1 \end{pmatrix}. \quad (49)$$

Для силового аналізу механізму відомими є маси ланок ($m_{2-3}, m_{3-4}, m_{3-5}, m_{5-6}, m_{5-7}, m_{7-8}$) та їхні моменти інерції ($J_{S10}, J_{S11}, J_{S12}, J_{S13}, J_{S14}, J_{S15}$) відносно осей, які проходять через центри мас ланок перпендикулярно до площини їх руху.

Визначимо вектори сил тяжіння, які діють на ланки та прикладені в центрах мас ланок:

$$G_{2-3} = -e_Y \cdot m_{2-3} \cdot g; \quad G_{3-4} = -e_Y \cdot m_{3-4} \cdot g; \quad G_{3-5} = -e_Y \cdot m_{3-5} \cdot g; \quad (50)$$

$$G_{5-6} = -e_Y \cdot m_{5-6} \cdot g; \quad G_{5-7} = -e_Y \cdot m_{5-7} \cdot g; \quad G_{7-8} = -e_Y \cdot m_{7-8} \cdot g. \quad (51)$$

Визначимо вектори сил інерції, які діють на ланки та прикладені в центрах мас ланок:

$$F_{S10} = -m_{2-3} \cdot a_{S10}; \quad F_{S11} = -m_{3-4} \cdot a_{S11}; \quad F_{S12} = -m_{3-5} \cdot a_{S12}; \quad (52)$$

$$F_{S13} = -m_{5-6} \cdot a_{S13}; \quad F_{S14} = -m_{5-7} \cdot a_{S14}; \quad F_{S15} = -m_{7-8} \cdot a_{S15}. \quad (52)$$

Визначимо вектори моментів від сил інерції, що діють на ланки:

$$M_{2-3} = -\varepsilon_{2-3} \cdot J_{S10}; \quad M_{3-4} = -\varepsilon_{4-3} \cdot J_{S11}; \quad M_{3-5} = -\varepsilon_{3-5} \cdot J_{S12}; \quad (54)$$

$$M_{5-6} = -\varepsilon_{6-5} \cdot J_{S13}; \quad M_{5-7} = -\varepsilon_{5-7} \cdot J_{S14}; \quad M_{7-8} = -\varepsilon_{8-7} \cdot J_{S15}; \quad (55)$$

Реакції, які діють в кінематичних парах механізму, визначатимемо, починаючи від останньої приєднаної двоповодкової групи. Визначимо тангенціальні складові реакцій в кінематичних парах 5' та 8 третьої приєднаної групи:

$$(R_5^t)' = \begin{pmatrix} \cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) & -\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) & 0 \\ \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) & \cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot (-P_{5-7}) \cdot \frac{1}{|-P_{5-7}|} \cdot \frac{[(-P_{5-S14} \times F_{S14}) + (-P_{5-S14} \times G_{5-7}) + M_{5-7}]_Z}{|-P_{5-7}|}. \quad (56)$$

$$R_8^t = \begin{pmatrix} \cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) & -\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) & 0 \\ \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) & \cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot (-P_{8-7}) \cdot \frac{1}{|-P_{8-7}|} \cdot \frac{[(-P_{8-S15} \times F_{S15}) + (-P_{8-S15} \times G_{7-8}) + M_{7-8}]_Z}{|-P_{8-7}|}. \quad (57)$$

Визначимо нормальні складові реакцій в кінематичних парах 5' та 8 третьої приєднаної групи:

$$(R_5^n)' = \frac{\left[- \left((R_5^t)' + R_8^t + G_{5-7} + G_{7-8} + F_{S14} + F_{S15} \right) \times \frac{-P_{8-7}}{|-P_{8-7}|} \right]_Z \cdot \frac{-P_{5-7}}{|-P_{5-7}|}}{\left[\frac{-P_{5-7}}{|-P_{5-7}|} \times \frac{-P_{8-7}}{|-P_{8-7}|} \right]_Z}; \quad (58)$$

$$R_8^n = \frac{\left[- \left((R_5^t)' + R_8^t + G_{5-7} + G_{7-8} + F_{S14} + F_{S15} \right) \times \frac{-P_{5-7}}{|-P_{5-7}|} \right]_Z \cdot \frac{-P_{8-7}}{|-P_{8-7}|}}{\left[\frac{-P_{8-7}}{|-P_{8-7}|} \times \frac{-P_{5-7}}{|-P_{5-7}|} \right]_Z}. \quad (59)$$

Результуючі реакції в кінематичних парах 5' та 8 дорівнюють векторній сумі відповідних тангенціальних та нормальних складових:

$$(R_5)' = (R_5^t)' + (R_5^n)'; \quad R_8 = R_8^t + R_8^n. \quad (60)$$

Визначимо реакцію в кінематичній парі 7 за однією з наведених нижче формул:

$$R_7 = - \left((R_5)' + G_{5-7} + F_{S14} \right) \quad \text{або} \quad R_7 = - \left(R_8 + G_{7-8} + F_{S15} \right). \quad (61)$$

Визначимо тангенціальні складові реакцій в кінематичних парах 3' та 6 другої приєднаної групи:

$$(R_3^t)' = \begin{pmatrix} \cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) & -\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) & 0 \\ \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) & \cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot (-P_{3-5}) \cdot \frac{1}{|-P_{3-5}|} \cdot \frac{[(-P_{3-S12} \times F_{S12}) + (-P_{3-S12} \times G_{3-5}) + M_{3-5}]_Z}{|-P_{3-5}|}; \quad (62)$$

$$R_6^t = \begin{pmatrix} \cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) & -\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) & 0 \\ \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) & \cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot (-P_{6-5}) \cdot \frac{1}{|-P_{6-5}|} \cdot \frac{[(-P_{6-S13} \times F_{S13}) + (-P_{6-S13} \times G_{5-6}) + M_{5-6}]_Z}{|-P_{6-5}|}. \quad (63)$$

Визначимо нормальні складові реакцій в кінематичних парах 3' та 6 другої приєднаної групи:

$$(R_3^n)' = \frac{\left[-\left((R_3^t)' + R_6^t + G_{3-5} + G_{5-6} + F_{S12} + F_{S13} \right) \times \frac{-P_{6-5}}{|-P_{6-5}|} \right]_Z \cdot \frac{-P_{3-5}}{|-P_{3-5}|}}{\left[\frac{-P_{3-5}}{|-P_{3-5}|} \times \frac{-P_{6-5}}{|-P_{6-5}|} \right]_Z}, \quad (64)$$

$$R_6^n = \frac{\left[-\left((R_3^t)' + R_6^t + G_{3-5} + G_{5-6} + F_{S12} + F_{S13} \right) \times \frac{-P_{3-5}}{|-P_{3-5}|} \right]_Z \cdot \frac{-P_{6-5}}{|-P_{6-5}|}}{\left[\frac{-P_{6-5}}{|-P_{6-5}|} \times \frac{-P_{3-5}}{|-P_{3-5}|} \right]_Z}. \quad (65)$$

Результуючі реакції в кінематичних парах 3' та 6 дорівнюють векторній сумі відповідних тангенціальних та нормальних складових:

$$(R_3)' = (R_3^t)' + (R_3^n)'; \quad R_6 = R_6^t + R_6^n \quad (66)$$

Визначимо реакцію в кінематичній парі 5'' за однією з наведених нижче формул:

$$(R_5)'' = -\left((R_3)' + G_{3-5} + F_{S12} \right), \quad \text{або} \quad (R_5)'' = -(R_6 + G_{5-6} + F_{S13}). \quad (67)$$

Визначимо тангенціальні складові реакцій в кінематичних парах 2 та 4 першої приєднаної групи:

$$R_2^t = \begin{pmatrix} \cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) & -\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) & 0 \\ \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) & \cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot (-P_{2-3}) \cdot \frac{1}{|-P_{2-3}|} \cdot \frac{[(-P_{2-S10} \times F_{S10}) + (-P_{2-S10} \times G_{2-3}) + M_{2-3}]_Z}{|-P_{2-3}|}; \quad (68)$$

$$R_4^t = \begin{pmatrix} \cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) & -\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) & 0 \\ \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) & \cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot (-P_{4-3}) \cdot \frac{1}{|-P_{4-3}|} \cdot \frac{[(-P_{4-S11} \times F_{S11}) + (-P_{4-S11} \times G_{3-4}) + M_{3-4}]_Z}{|-P_{4-3}|}. \quad (69)$$

Визначимо нормальні складові реакцій в кінематичних парах 2 та 4 першої приєднаної групи:

$$R_2^n = \frac{\left[-\left(R_2^t + R_4^t + G_{2-3} + G_{3-4} + F_{S10} + F_{S11} \right) \times \frac{-P_{4-3}}{|-P_{4-3}|} \right]_Z \cdot \frac{-P_{2-3}}{|-P_{2-3}|}}{\left[\frac{-P_{2-3}}{|-P_{2-3}|} \times \frac{-P_{4-3}}{|-P_{4-3}|} \right]_Z}, \quad (70)$$

$$R_4^n = \frac{\left[-\left(R_2^t + R_4^t + G_{2-3} + G_{3-4} + F_{S10} + F_{S11} \right) \times \frac{-P_{2-3}}{|-P_{2-3}|} \right]_Z \cdot \frac{-P_{4-3}}{|-P_{4-3}|}}{\left[\frac{-P_{4-3}}{|-P_{4-3}|} \times \frac{-P_{2-3}}{|-P_{2-3}|} \right]_Z} \quad (71)$$

Результуючі реакції в кінематичних парах 2 та 4 дорівнюють векторній сумі відповідних тангенціальних та нормальних складових:

$$R_2 = R_2^t + R_2^n; \quad R_4 = R_4^t + R_4^n. \quad (72)$$

Визначимо реакцію в кінематичній парі 3'' за однією з наведених нижче формул:

$$(R_3)'' = -(R_2 + G_{2-3} + F_{S10}) \quad \text{або} \quad (R_3)'' = -(R_4 + G_{3-4} + F_{S11}). \quad (73)$$

Висновки

Отримані математичні моделі для силового аналізу багатоланкових важільних механізмів, які в своїй структурі містять двоповодкові групи Асура першого виду, дозволяють виконати автоматизований силовий розрахунок з використанням персонального комп'ютера. Результати кінематичного аналізу можуть бути використані для анімації роботи кінематичної схеми механізмів машини у режимі реального часу, а результати силового аналізу – для конструювання кінематичних пар за критерієм міцності на згин циліндричних пальців P_2, P_3, P_5 , та P_7 . При цьому

$$\text{вибиралися значення} \left(R_2^{cp} = \sum_{i=1}^n \frac{R_{2i}}{n} \right) \dots \left(R_8^{cp} = \sum_{i=1}^n \frac{R_{8i}}{n} \right).$$

ЛІТЕРАТУРА

1. Артоболевский И. И. Теория механизмов и машин. – М.: Наука. – 1988. – 640 с.
2. Котов А. В. Силовой анализ рычажных механизмов. – <http://www.androsvk.na.by>.
3. Гарбарук В. Н. Проектирование трикожных машин. – Л.: Машиностроение. Ленинградское отделение, – 1980. – 472 с.
4. Орловський Б. В., Дворжак В. М. Кінематичний аналіз восьмиланкового механізму прокачки вушкових голок основов'язальної машини // Вісник Київського національного університету технологій та дизайну. – 2007. – № 1. – с. 17–25.
5. Орловський Б. В., Дворжак В. М. Кінематичне дослідження багатоланкових шарнірно-важільних механізмів основов'язальних машин аналітичним методом // Вісник Київського національного університету технологій та дизайну. – 2008. – № 4. – с. 34–39.

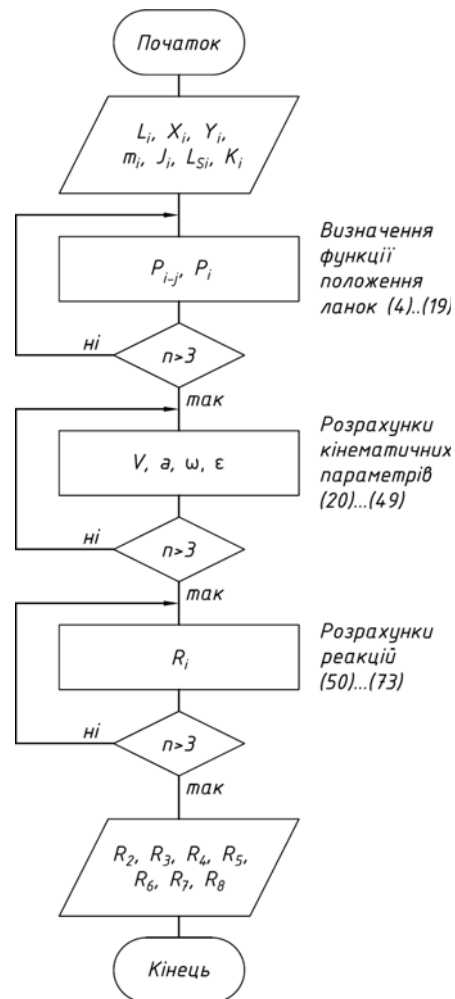


Рис. 3. Блок-схема автоматизованого розрахунку реакцій

Надійшла 22.05.2009