УДК 517;519.6

ДИНАМІЧНА МОДЕЛЬ МІЖГАЛУЗЕВОГО БАЛАНСУ

Студ. І.В. Чеповський
Науковий керівник доц. Г.О. Єфимова
Одеський національний університет ім. І.І.Мечникова
Інститут математики, економіки та механіки

Мета і завдання. Метою роботи є дослідження динамічної моделі міжгалузевого балансу на продуктивність.

Завдання:

1) дослідження моделі як моделі Харрода-Домара;
2) дослідження продуктивності моделі;
3) дослідження впливу запасів на продуктивність моделі;
4) знаходження вектора валового продукту за допомогою керування вектором кінцевого споживання.

Об'єкт та предмет дослідження. Об'єктом дослідження є динамічна модель міжгалузевого балансу з урахуванням запасів, а предметом дослідження є її продуктивність та задача оптимального керування вектором кінцевого споживання.

Методи та засоби дослідження. В роботі був застосований принцип максимуму Понтрягіна для розв'язування задачі оптимального керування. Дослідження змінення вектору валового продукту від початкових даних було проведено за допомогою MatLab.

Наукова новизна та практичне значення отриманих результатів. Була удосконалена модель міжгалузевого балансу за рахунок розв'язування задачі оптимального керування, де фазовим вектором виступає вектор валового продукту $x(t)$, а керуванням – вектор кінцевого споживання $y(t)$, на який накладені обмеження.

Результати дослідження.

1) Розглянута модель:

$$x(t) + Sx(t-1) = Ax(t) + Sx(t) + y(t),$$

де S – матриця $(n \times n)$ запасів, A - матриця $(n \times n)$ прямих затрат.

Цю модель можна привести до виду:

$$x(t) = BS\frac{dx(t)}{dt} + By(t)$$

з початковими умовами

$$x(0) = x_0,$$

де $B = (E - A)^{-1}$ - матриця повних затрат, x_0 - заданий вектор початкового рівня валового продукту.

Були розглянуті три вигляди вектора кінцевого споживання та знайдені відповідні векторні функції валового випуску.

2) Була досліджена модель на продуктивність:

Якщо $y(t) = 0$, то отримаємо $x(t) = e^{Dt}x_0$, де $D = (BS)^{-1}$. Очевидно, що для додатності вектора $x(t)$, вектор початкових умов треба задати додатним

Якщо $y(t) = y_0 = const$, то отримаємо $x(t) = e^{Dt}x_0 + DBy_0 - e^{Dt}DBy_0$. Легко побачити, що додатність вектора $x(t)$ може бути лише тоді, коли значення x_0 та y_0 підібрані таким чином, що $x_0 \geq DBy_0$ та матриця DB додатна.

Якщо $y(t) = y_0e^{rt}$, то отримаємо $x(t) = e^{Dt}x_0 + \int_0^t e^{D(t-\tau)}DBy_0e^{r\tau}d\tau$. Тут також матриця DB і вектори x_0 та y_0 повинні бути додатними.

3) Дослідимо вплив запасів на продуктивність моделі:

Для двовимірного випадку за допомогою MatLab були знайдені значення векторів валового випуску та побудовані їх графіки.

Наприклад, для $x_0 = (1;1), y_0 = (0;0), S = \begin{pmatrix} 0.08 & 0.09 \\ 0.25 & 0.18 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 0.05 & 0.05 \\ 0.05 & 0.05 \end{pmatrix}$ маємо Рис.1, а для $x_0 = (1;1), y_0 = (1;1), S = \begin{pmatrix} 0.001 & 0 \\ 0 & 0.005 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 0.05 & 0.05 \\ 0.05 & 0.05 \end{pmatrix}$ - Рис.2

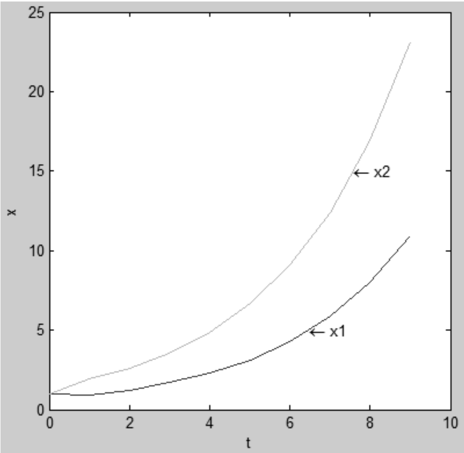

Рисунок 1

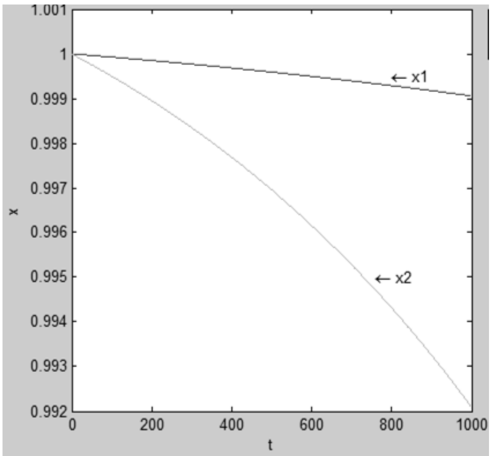

Рисунок 2

4) Сформульована задача оптимального керування для знаходження вектора валового випуску за допомогою керування кінцевим споживанням:

$$\dot{x}(t) = Dx(t) + Cy(t);\ x(0) = x_0;$$

$$u(y(t)) = \sum_{i=1}^{n} y_i\,; y(0) = y_0; \underline{y} \le y(t) \le x(t); t \in [0;T];$$

$$\max J[y] = \int_0^T u(y(t))dt,$$

де $u(y(t))$ - функція корисності кінцевого споживання, $C = S^{-1}$

За допомогою принципу максимуму Понтрягіна зведемо задачу до задачі максимізації функції:

$$\widetilde{H} = \sum_{i=1}^{n} \left(\sum_{j=1}^{n} \varphi_j e^{D^{\mathrm{T}}(T-t)} c_{ij} + 1 \right) y_i,$$

де φ_j - задані початкові умови для спряженої системи та отримаємо вигляд $y(t)$.

Висновки. Після проведених досліджень було встановлено, що для продуктивності моделі треба задавати додатні початкові умови, та слідкувати за продуктивністю матриць A та S.

Ключові слова. динамічна модель міжгалузевого балансу, запаси, продуктивність моделі

ЛІТЕРАТУРА

1. Вітлінський В.В. «Моделювання економіки».-К.:КНЕУ,2007.-408 с.
2. Пономаренко О.І., Перестюк М.О., Бурим В.М. «Основи математичної економіки».-Київ, «Інформтехніка», 1995.-319 с.
3. Экономико-математическое моделирование: учеб. пособие. Ч. 2: Моделирование макроэкономических процессов / С.Э. Батищева, Э.Д. Каданэр, П.М. Симонов; Перм. гос. ун-т. – Пермь, 2010. – 241 с.